Тема 9. Прогрессии.
Арифметическая прогрессия.

Арифметическая прогрессия – это последовательность чисел, в которой числа увеличиваются или уменьшаются на одно и то же число. Например,

-20, -10, 0, 10, 20, 30 и т.д.

В этой последовательности первым членом прогрессии является число $a_1 = -20$, третьим – $a_3 = 0$, шестым – $a_6 = 30$ и т.д. Разность прогрессии d равна 10 – число, на которое увеличивается каждое число последовательности.

Зная первый член прогрессии и ее разность, можно найти любой член прогрессии по формуле

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

Если нет, первого члена, но есть какой-то другой (k-ый), то можно применить формулу

$$a_n = a_k + d(n-k).$$

Также для решения задач может пригодится формула суммы первых n членов прогрессии (для ее использования нужно знать количество членов прогрессии, первый и последний члены):

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n.$$

1. В амфитеатре 10 рядов. В первом ряду 25 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем.
а) Сколько мест в восьмом ряду амфитеатра?
б) Сколько всего мест в амфитеатре?

2. В амфитеатре 13 рядов. В первом ряду 21 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем.
а) Сколько мест в девятом ряду амфитеатра?
б) Сколько всего мест в амфитеатре?

3. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 6° С. Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 4 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла −7°С.

4. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 12 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 7° С. Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 5 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла −6°С.

5. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 21 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 3 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл за первые 7 секунд торможения?

6. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 28 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 4 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл за первые 4 секунд торможения?

7. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 36 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 6 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл до полной остановки?

8. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 24 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 4 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл до полной остановки?

9. Поезд начал движение от станции. За первую секунду состав сдвинулся на 1 м, а за каждую следующую секунду он проходил на 0,2 м больше, чем за предыдущую. Сколько метров состав прошёл за первые 8 секунд движения?

10. Поезд начал движение от станции. За первую секунду состав сдвинулся на 1,1 м, а за каждую следующую секунду он проходил на 0,3 м больше, чем за предыдущую. Сколько метров состав прошёл за первые 7 секунд движения?

11. В амфитеатре 18 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В шестом ряду 26 мест, а в восьмом ряду 30 мест. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

12. В амфитеатре 14 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В пятом ряду 27 мест, а в восьмом ряду 36 мест. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

Геометрическая прогрессия.

Геометрическая прогрессия – это последовательность чисел, в которой числа увеличиваются или уменьшаются в одно и то же число раз. Например,

2, 4, 8, 16, 32, 64 и т.д.

В этой последовательности первым членом прогрессии является число $b_1 = 2$, третьим – $b_3 = 8$, шестым – $b_6 = 64$ и т.д. Знаменатель прогрессии q равен 2 – число, на которое умножается каждое число последовательности.

Зная первый член прогрессии и ее знаменатель, можно найти любой член прогрессии по формуле

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

13. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

14. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 8 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 320 мг. Найдите массу изотопа через 48 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

15. В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 6 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 80 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

16. В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 10 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 120 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

17. Каучуковый мячик с силой бросили на асфальт. Отскочив, мячик подпрыгнул на 5,4 м, а при каждом следующем прыжке он поднимался на высоту в три раза меньше предыдущей. При каком по счёту прыжке мячик в первый раз не достигнет высоты 10 см?

18. Каучуковый мячик с силой бросили на асфальт. Отскочив, мячик подпрыгнул на 4,8 м, а при каждом следующем прыжке он поднимался на высоту в три раза меньше предыдущей. При каком по счёту прыжке мячик в первый раз не достигнет высоты 15 см?

Домашнее задание.

1. В амфитеатре 12 рядов. В первом ряду 22 места, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем.
а) Сколько мест в шестом ряду амфитеатра?
б) Сколько всего мест в амфитеатре?

2. В амфитеатре 18 рядов. В первом ряду 15 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем.
а) Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?
б) Сколько всего мест в амфитеатре?

3. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 15 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 4° С. Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 5 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла −3°С.

4. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 11 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 8° С. Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 8 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла −9°С.

5. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 14 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 2 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл за первые 4 секунды торможения?

6. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 26 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 3 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл за первые 6 секунд торможения?

7. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 27 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 3 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл до полной остановки?

8. Водитель автомобиля начал торможение. За секунду после начала торможения автомобиль проехал 32 м, а за каждую следующую секунду он проезжал на 8 м меньше, чем за предыдущую. Сколько метров автомобиль прошёл до полной остановки?

9. Поезд начал движение от станции. За первую секунду состав сдвинулся на 1 м, а за каждую следующую секунду он проходил на 0,3 м больше, чем за предыдущую. Сколько метров состав прошёл за первые 6 секунд движения?

10. Поезд начал движение от станции. За первую секунду состав сдвинулся на 0,8 м, а за каждую следующую секунду он проходил на 0,4 м больше, чем за предыдущую. Сколько метров состав прошёл за первые 7 секунд движения?

11. В амфитеатре 17 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В седьмом ряду 38 мест, а в девятом ряду 42 места. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

12. В амфитеатре 19 рядов, причём в каждом следующем ряду на одно и то же число мест больше, чем в предыдущем. В третьем ряду 25 мест, а в седьмом ряду 37 мест. Сколько мест в последнем ряду амфитеатра?

13. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 6 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 960 мг. Найдите массу изотопа через 36 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

14. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 9 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 320 мг. Найдите массу изотопа через 63 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

15. В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 7 мг. За каждые 15 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 60 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

16. Каучуковый мячик с силой бросили на асфальт. Отскочив, мячик подпрыгнул на 2,4 м, а при каждом следующем прыжке он поднимался на высоту в два раза меньше предыдущей. При каком по счёту прыжке мячик в первый раз не достигнет высоты 9 см?

17. Каучуковый мячик с силой бросили на асфальт. Отскочив, мячик подпрыгнул на 4,5 м, а при каждом следующем прыжке он поднимался на высоту в три раза меньше предыдущей. При каком по счёту прыжке мячик в первый раз не достигнет высоты 12 см?