

Тема 8. Степени и корни.**Свойства степеней.**

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней складываются.

$$a^9 \cdot a^5 = a^{14}$$

2. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней вычитаются.

$$a^9 : a^5 = a^4$$

3. При возведении степени в степень показатели умножаются.

$$(a^9)^5 = a^{45}$$

4. При возведении произведения в степень каждый множитель возводится в эту степень.

$$(ab)^5 = a^5 b^5$$

5. При возведении частного в степень числитель и знаменатель возводятся в эту степень.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^9 = \frac{a^9}{b^9}$$

6. Чтобы избавиться от отрицательного показателя, нужно число представить в виде дроби и перевернуть ее. Минус из показателя убрать.

$$a^{-5} = \left(\frac{a}{1}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{a}\right)^5 = \frac{1}{a^5}$$

7. Чтобы избавиться от отрицательного показателя в дроби, надо дробь перевернуть, минус убрать.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-9} = \left(\frac{b}{a}\right)^9$$

Задание 1. Вычислите:

1) $2^{-9} \cdot (2^2)^7 =$	2) $4^{-12} \cdot (4^5)^2 =$
3) $\frac{(5^4)^{-4}}{5^{-18}} =$	4) $\frac{(6^3)^{-6}}{6^{-20}} =$
5) $\frac{2^{-3} \cdot 2^{19}}{2^{13}} =$	6) $\frac{3^{-3} \cdot 3^{13}}{3^8} =$
7) $\frac{1}{5^{-8}} \cdot \frac{1}{5^6} =$	8) $\frac{1}{2^{-10}} \cdot \frac{1}{2^7} =$
9) $\frac{2^7}{8} =$	10) $\frac{3^5}{81} =$
11) $\frac{30^7}{3^5 \cdot 10^4} =$	
12) $\frac{15^{10}}{3^7 \cdot 5^9} =$	
13) $\frac{5^9 \cdot 8^{10}}{40^9} =$	
14) $\frac{(2 \cdot 3)^8}{2^6 \cdot 3^7} =$	15) $\frac{(5 \cdot 4)^7}{5^6 \cdot 4^5} =$

Задание 2. Найдите значения выражений, если $a = 3$ и $b = \sqrt{6}$:

1) $a^8 \cdot a^{17} : a^{19} =$
2) $a^{27} \cdot a^{-15} : a^9 =$
3) $a^{-8} \cdot (a^5)^2 =$
4) $(a^4)^{-3} : a^{-17} =$
5) $\frac{(a^3)^7 \cdot a^{10}}{a^{29}} =$
6) $\frac{(a^5)^8 \cdot a^7}{a^{43}} =$
7) $\frac{a^{15} \cdot (b^6)^2}{(a \cdot b)^{12}} =$
8) $\frac{a^{13} \cdot (b^3)^3}{(a \cdot b)^9} =$

Свойства квадратных корней.

1. При умножении корней подкоренные выражения можно записать под один корень.

$$\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{6 \cdot 5} = \sqrt{30}$$

2. При делении корней подкоренные выражения можно записать под один корень.

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{12}{6}} = \sqrt{2}$$

3. Квадратный корень во второй степени равен подкоренному выражению.

$$(\sqrt{7})^2 = 7; \quad \sqrt{13^2} = 13; \\ \sqrt{(-11)^2} = 11.$$

P.S. Степень может находиться и под корнем. Важно помнить, что квадратный корень всегда положительный.

4. Если корень находится в четной степени, то эта степень делится на 2 и уничтожает корень.

$$(\sqrt{3})^4 = 3^2; \quad \sqrt{5^6} = 5^3; \\ \sqrt{(-8)^{10}} = 8^5.$$

Задание 3. Вычислите:

1) $\sqrt{5 \cdot 18} \cdot \sqrt{10} =$	2) $\sqrt{35 \cdot 45} \cdot \sqrt{7} =$
3) $4\sqrt{34} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{17} =$	4) $2\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{21} =$
5) $\frac{\sqrt{13} \cdot \sqrt{65}}{\sqrt{5}} =$	6) $\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{50}}{\sqrt{30}} =$
7) $(\sqrt{27} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} =$	8) $(\sqrt{50} - \sqrt{8}) \cdot \sqrt{2} =$
9) $(\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{7}) =$	10) $(\sqrt{15} - \sqrt{8})(\sqrt{15} + \sqrt{8}) =$

11) $(\sqrt{17} - 3)^2 + 6\sqrt{17} =$

12) $(\sqrt{11} + 8)^2 - 16\sqrt{11} =$

13) $\sqrt{6^4} =$

14) $\sqrt{2^{10}} =$

15) $\frac{(2\sqrt{10})^2}{160} =$

16) $\frac{200}{(5\sqrt{2})^2} =$

Задание 4. Найдите значения выражений, если $a = 3$:

1) $\sqrt{a^6 \cdot (-a)^4} =$

2) $\sqrt{a^2 \cdot (-a)^4} =$

3) $\sqrt{(-a)^8 \cdot a^4} =$

4) $\sqrt{(-a)^2 \cdot a^2} =$

Задание 5. Найдите значения выражений при данном значении a :

1) $a = 5 \quad \sqrt{\frac{16a^{12}}{a^{10}}} =$

2) $a = 3 \quad \sqrt{\frac{64a^{17}}{a^{15}}} =$

Задание 6. Найдите значения выражений при данных значениях x и y :

1) $x = 6; y = 2 \quad \sqrt{\frac{36x^2}{y^4}} =$

2) $x = 10; y = 5 \quad \sqrt{\frac{25x^4}{y^6}} =$

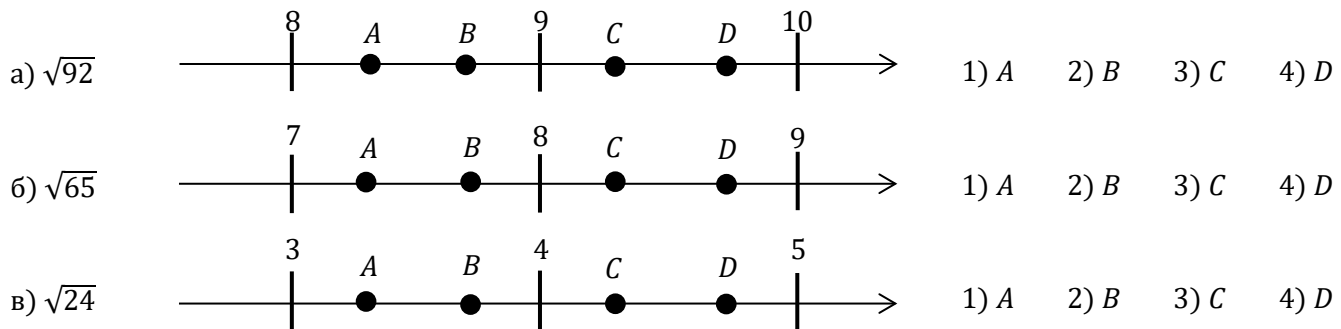
3) $x = 3; y = 5 \quad \sqrt{\frac{1}{25}x^8y^2} =$

4) $x = 7; y = 3 \quad \sqrt{\frac{1}{9}x^2y^6} =$

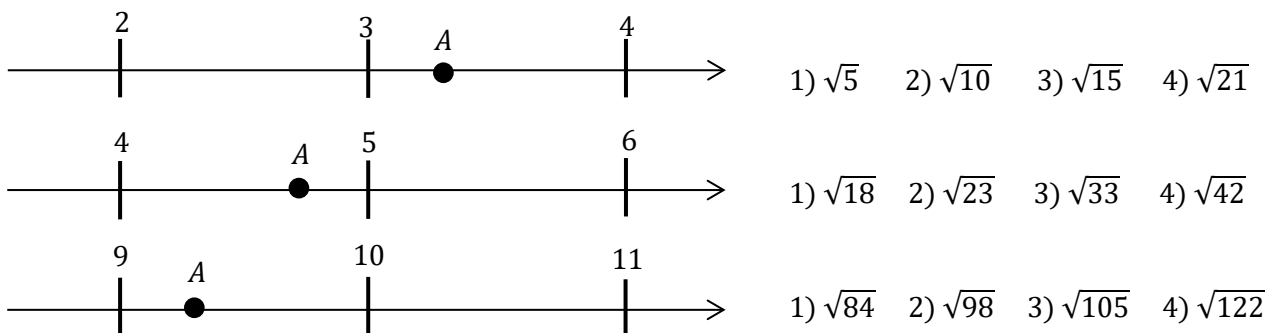
Задание 7. Найдите значения выражений:

1) $a = 3\frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$	$\sqrt{a^2 + 8ab + 16b^2} =$
2) $a = \frac{5}{13}, b = 6\frac{11}{13}$	$\sqrt{9a^2 + 6ab + b^2} =$
3) $a = 7, b = 2$	$\sqrt{a^2 - 10ab + 25b^2} =$
4) $a = 8, b = 3$	$\sqrt{a^2 - 12ab + 36b^2} =$

Задание 8. На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D. Одна из них соответствует данному числу. Какая это точка?



Задание 9. Одно из чисел на прямой отмечено точкой A. Какое это число?



Домашнее задание.

Задание 1. Найдите значение выражения:

1) $2^{-7} \cdot (2^3)^4;$

2) $3^{-15} \cdot (3^6)^3;$

3) $5^{-17} \cdot (5^5)^4;$

4) $\frac{(4^2)^{-8}}{4^{-20}};$

5) $\frac{(5^3)^{-9}}{5^{-29}};$

6) $\frac{(7^7)^{-3}}{7^{-23}};$

7) $\frac{11^{-8} \cdot 11^{19}}{11^{11}};$

8) $\frac{9^{-5} \cdot 9^{12}}{9^5};$

9) $\frac{3^{-14} \cdot 3^{19}}{3^3};$

10) $\frac{1}{8^5} \cdot \frac{1}{8^{-7}};$

11) $\frac{1}{4^{-12}} \cdot \frac{1}{4^9};$

12) $\frac{1}{12^{-9}} \cdot \frac{1}{12^8};$

13) $\frac{3^6}{81};$

14) $\frac{5^5}{125};$

15) $\frac{4^5}{16};$

16) $\frac{24^4}{3^3 \cdot 8^2}$;

17) $\frac{20^9}{5^8 \cdot 4^7}$;

18) $\frac{15^6}{3^3 \cdot 5^4}$;

19) $\frac{7^5 \cdot 3^9}{21^5}$;

20) $\frac{7^8 \cdot 10^{10}}{70^7}$;

21) $\frac{6^7 \cdot 11^4}{66^4}$;

22) $\frac{(3 \cdot 8)^5}{3^2 \cdot 8^4}$;

23) $\frac{(2 \cdot 10)^{11}}{2^7 \cdot 10^9}$;

24) $\frac{(3 \cdot 7)^6}{3^3 \cdot 7^6}$;

25) $a^6 \cdot a^{19} : a^{23}$ при $a = 7$;

26) $\frac{a^{12} \cdot a^6}{a^{16}}$ при $a = 11$;

27) $\frac{a^{24} \cdot a^3}{a^{24}}$ при $a = 5$;

28) $\frac{(a^4)^5}{a^{17}}$ при $a = 3$;

29) $\frac{(a^{11})^3}{a^{28}}$ при $a = 2$;

30) $\frac{(a^7)^6}{a^{36}}$ при $a = 2$;

31) $\frac{(a^5)^6 \cdot a^7}{a^{32}}$ при $a = 3$;

32) $\frac{(a^2)^3 \cdot a^4}{a^6}$ при $a = 2$;

33) $\frac{(a^{10})^3 \cdot a^2}{a^{31}}$ при $a = 8$;

34) $\frac{a^{17} \cdot (b^5)^3}{(a \cdot b)^{15}}$ при $a = 7$
и $b = \sqrt{7}$;

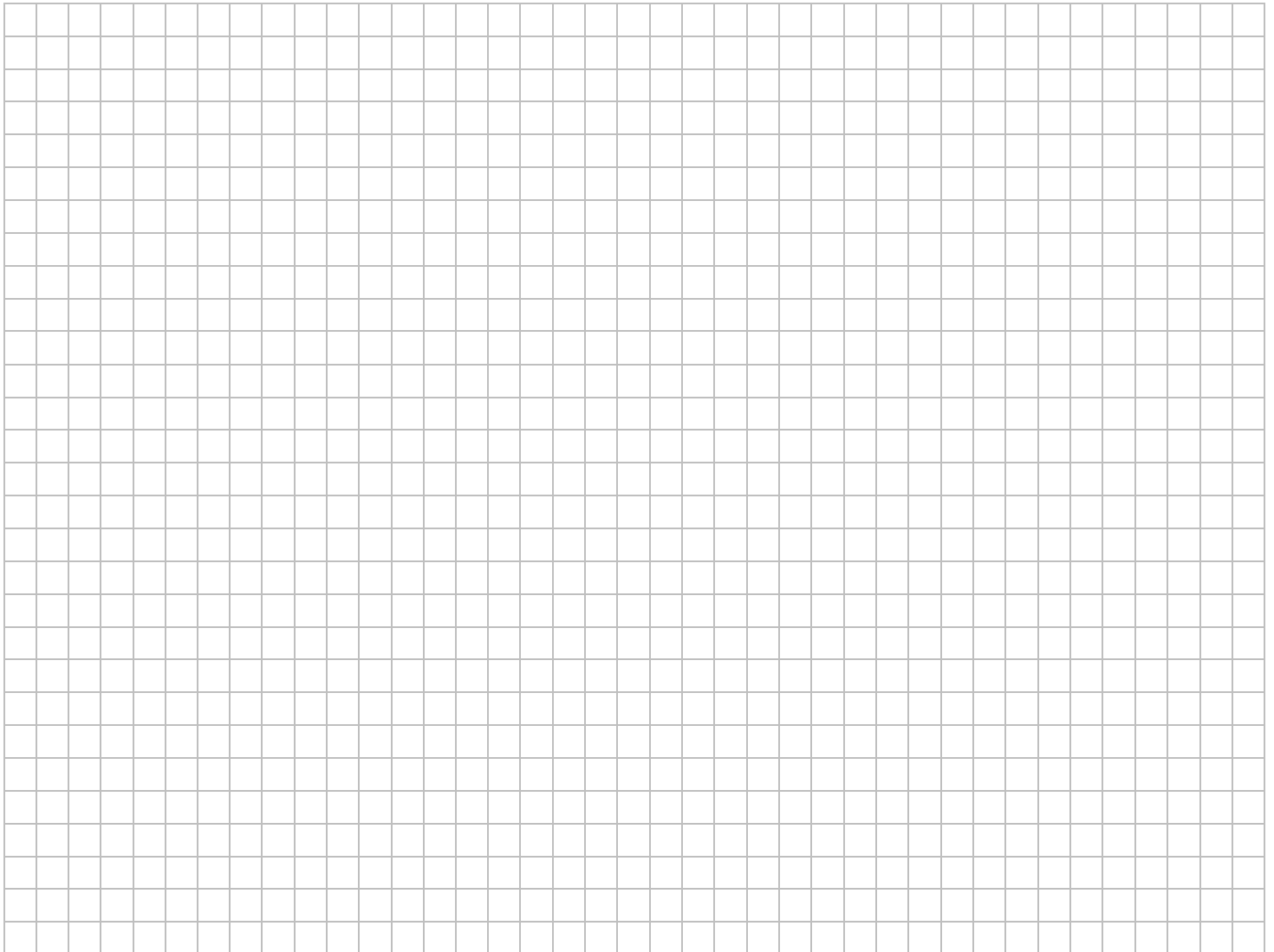
35) $\frac{a^{16} \cdot (b^2)^7}{(a \cdot b)^{14}}$ при $a = 12$
и $b = \sqrt{5}$;

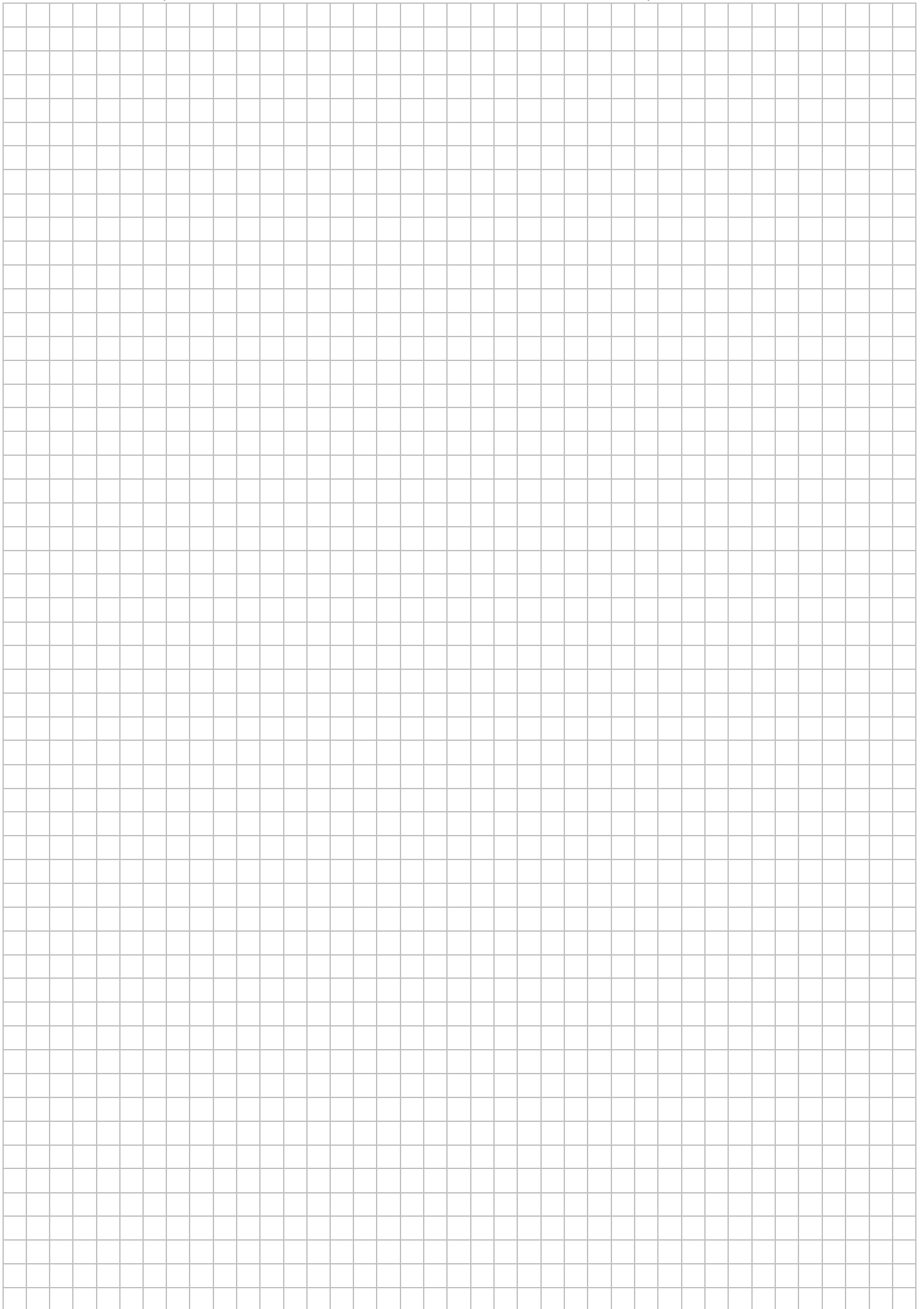
36) $\frac{a^{30} \cdot (b^4)^5}{(a \cdot b)^{20}}$ при $a = 2$;
и $b = \sqrt{3}$;

37) $(a^2)^{-8} : a^{-14}$ при $a = 2$;

38) $\frac{(a^3)^{-4}}{a^{-15}}$ при $a = 4$;

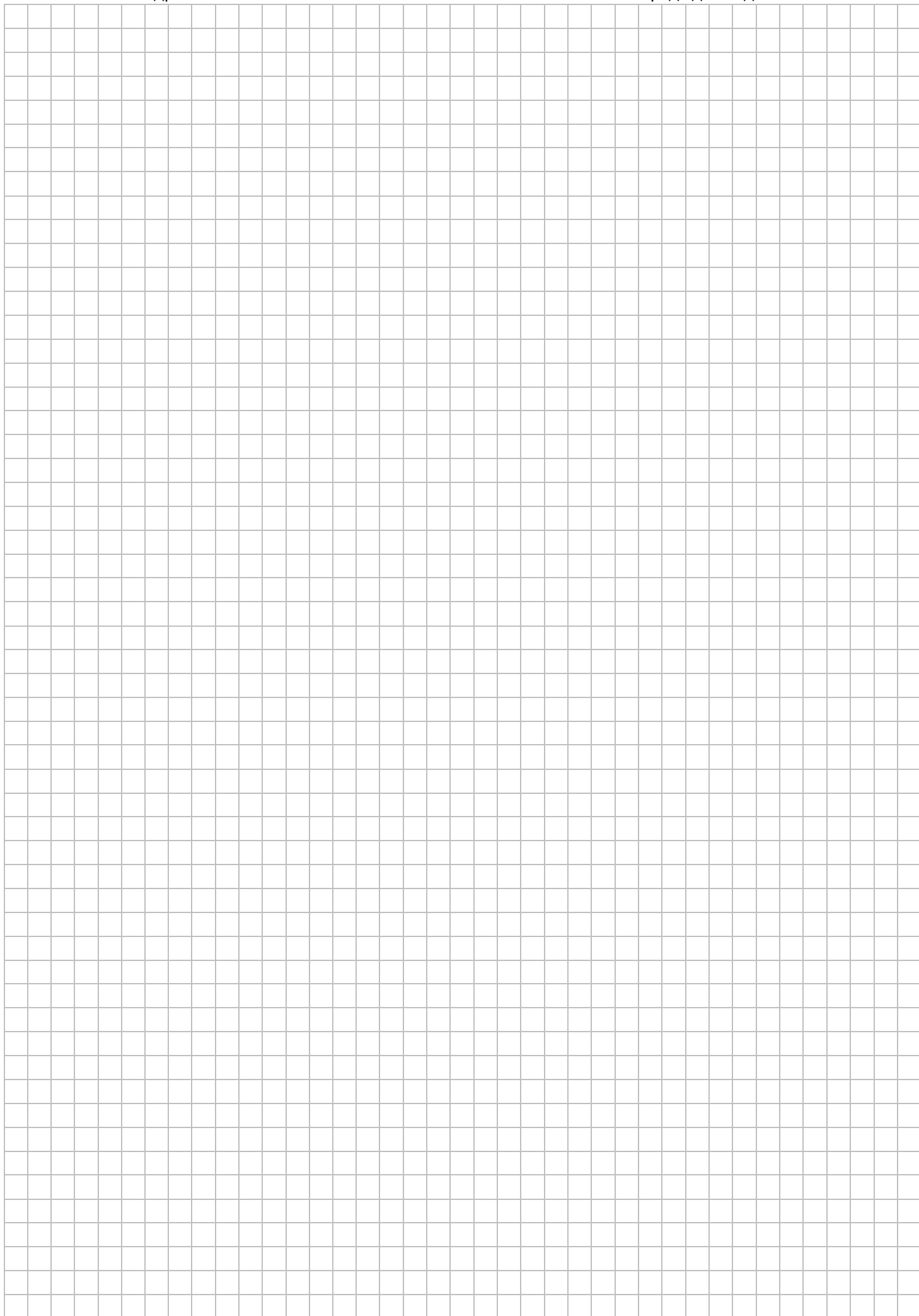
39) $\frac{(a^{-6})^4}{a^{-25}}$ при $a = 15$;





Задание 2. Найдите значение выражения:

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $\sqrt{13 \cdot 18 \cdot \sqrt{26}}$; | 2) $\sqrt{2 \cdot 30 \cdot \sqrt{15}}$; | 3) $\sqrt{3 \cdot 6 \cdot \sqrt{8}}$; |
| 4) $2\sqrt{8} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{24}$; | 5) $5\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{11} \cdot \sqrt{22}$; | 6) $3\sqrt{15} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{45}$; |
| 7) $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{343}}{\sqrt{35}}$; | 8) $\frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{33}}$; | 9) $\frac{\sqrt{17} \cdot \sqrt{243}}{\sqrt{51}}$; |
| 10) $(\sqrt{8} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$; | 11) $(\sqrt{32} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{8}$; | 12) $(\sqrt{45} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$; |
| 13) $(\sqrt{11} + \sqrt{4})(\sqrt{11} - \sqrt{4})$; | 14) $(\sqrt{23} - \sqrt{8})(\sqrt{23} + \sqrt{8})$; | 15) $(\sqrt{15} + \sqrt{7})(\sqrt{15} - \sqrt{7})$; |
| 16) $(\sqrt{26} - 7)^2 + 14\sqrt{26}$; | 17) $(\sqrt{6} + 4)^2 - 8\sqrt{6}$; | 18) $(\sqrt{12} - 9)^2 + 18\sqrt{12}$; |
| 19) $\sqrt{8^6}$; | 20) $\sqrt{3^8}$; | 21) $\sqrt{11^4}$; |
| 22) $\frac{(3\sqrt{6})^2}{18}$; | 23) $\frac{(5\sqrt{2})^2}{200}$; | 24) $\frac{96}{(2\sqrt{3})^2}$; |
| 25) $\sqrt{a^4 \cdot (-a)^2}$ при $a = 3$; | 26) $\sqrt{a^4 \cdot (-a)^6}$ при $a = 2$; | 27) $\sqrt{a^2 \cdot (-a)^8}$ при $a = 4$; |
| 28) $\sqrt{49x^2y^4}$ при $x = 5$ и $y = 3$; | 29) $\sqrt{64x^8y^2}$ при $x = 3$ и $y = 2$; | 30) $\sqrt{100x^4y^4}$ при $x = 2$ и $y = 4$; |
| 31) $\sqrt{\frac{36x^2}{y^4}}$ при $x = 9$ и $y = 3$; | 32) $\sqrt{\frac{9a^6}{a^4}}$ при $a = 9$; | 33) $\sqrt{\frac{16a^8}{b^{10}}}$ при $a = 3$ и $b = 2$; |
| 34) $\sqrt{\frac{1}{4}x^4y^6}$ при $x = 3$
и $y = 2$; | 35) $\sqrt{\frac{1}{25}x^{10}y^4}$ при $x = 2$
и $y = 5$; | 36) $\sqrt{\frac{1}{36}x^{10}y^2}$ при $x = 2$
и $y = 6$; |
| 37) $\sqrt{a^2 + 12ab + 36b^2}$ при
$a = 7\frac{2}{5}$ и $b = \frac{3}{5}$; | 38) $\sqrt{a^2 + 6ab + 9b^2}$ при
$a = 2\frac{1}{7}$ и $b = \frac{2}{7}$; | 39) $\sqrt{a^2 + 10ab + 25b^2}$ при
$a = 3\frac{1}{8}$ и $b = \frac{3}{8}$; |
| 40) $\sqrt{a^2 - 18ab + 81b^2}$ при
$a = 2$ и $b = 5$; | 41) $\sqrt{a^2 - 6ab + 9b^2}$ при
$a = 3$ и $b = 6$; | 42) $\sqrt{a^2 - 14ab + 49b^2}$ при
$a = 4$ и $b = 3$. |



Задание 3. На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D. Одна из них соответствует данному числу. Какая это точка?

1) $\sqrt{8}$		1) A 2) B 3) C 4) D
2) $\sqrt{12}$		1) A 2) B 3) C 4) D
3) $\sqrt{11}$		1) A 2) B 3) C 4) D
4) $\sqrt{35}$		1) A 2) B 3) C 4) D
5) $\sqrt{41}$		1) A 2) B 3) C 4) D
6) $\sqrt{40}$		1) A 2) B 3) C 4) D

Задание 4. Одно из чисел на прямой отмечено точкой A. Какое это число?

1)	1) $\sqrt{67}$ 2) $\sqrt{80}$ 3) $\sqrt{84}$ 4) $\sqrt{95}$
2)	1) $\sqrt{50}$ 2) $\sqrt{60}$ 3) $\sqrt{70}$ 4) $\sqrt{80}$
3)	1) $\sqrt{38}$ 2) $\sqrt{47}$ 3) $\sqrt{51}$ 4) $\sqrt{62}$
4)	1) $\sqrt{29}$ 2) $\sqrt{31}$ 3) $\sqrt{39}$ 4) $\sqrt{48}$
5)	1) $\sqrt{20}$ 2) $\sqrt{24}$ 3) $\sqrt{26}$ 4) $\sqrt{35}$
6)	1) $\sqrt{11}$ 2) $\sqrt{15}$ 3) $\sqrt{17}$ 4) $\sqrt{24}$