

## Тема 7.

### Квадратные уравнения и неравенства.

**Квадратным уравнением** называется уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа.

Универсальный способ решения квадратных уравнений – через дискриминант.

Формула дискриминанта:  $D = b^2 - 4ac$ .

Формула нахождения корней:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Пример решения уравнения:

$$5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$a = 5 \quad b = 4 \quad c = -1$$

$$D = 4^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 36, \quad \sqrt{D} = \sqrt{36} = 6$$

$$x_1 = \frac{-4 + 6}{2 \cdot 5} = 0,2$$

$$x_2 = \frac{-4 - 6}{2 \cdot 5} = -1$$

Ответ: -1; 0,2.

Частные случаи квадратных уравнений:

$$1) 2x^2 - 32 = 0;$$

$$2x^2 = 32;$$

$$x^2 = 16;$$

$$x = \pm 4.$$

$$2) 5x^2 + 20x = 0;$$

$$5x(x + 4) = 0;$$

$$5x = 0 \text{ или } x + 4 = 0;$$

$$x = 0 \quad x = -4.$$

**Квадратные неравенства** решаются методом интервалов. Для этого ты должен уметь решать квадратные уравнения и раскладывать квадратный трехчлен на множители по формуле  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ .

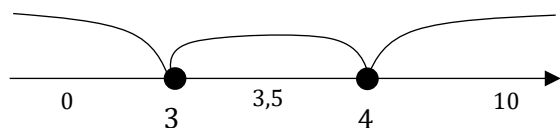
Разберемся на примере  $x^2 - 7x + 12 < 0$ .

Решив квадратное уравнение  $x^2 - 7x + 12 = 0$  мы получим корни  $x_1 = 3$  и  $x_2 = 4$ .

Разложим на множители трехчлен  $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$ .

Теперь неравенство принимает вид  $(x - 3)(x - 4) < 0$ .

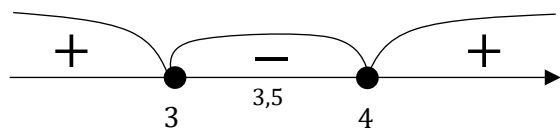
Отметим корни квадратного уравнения на числовой прямой. Получили три промежутка.



Начинаем с самого правого промежутка. Из него выбираем какое-нибудь число, например, 10.

Подставляем его вот сюда

и определяем знак промежутка:  $(10 - 3)(10 - 4) > 0$  – положительный. Ставим над промежутком плюсики.



Следующий промежуток посерединке. В нем выбираем число, например, 3,5. Также подставляем его в неравенство и определяем знак промежутка:

$(3,5 - 3)(3,5 - 4) < 0$  – отрицательный. Ставим знак минус.

Аналогично с левым промежутком. Там я выбрала ноль. Знак промежутка получился положительным.

Далее смотрим на знак исходного неравенства:  $<$ . Значит, нас интересуют промежутки с минусом. Ответ: (3; 4).

**1. Укажите решение неравенства**


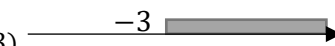
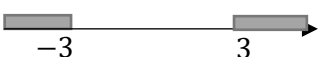

$$x^2 - 64 > 0.$$

- 1)  $(-\infty; +\infty]$                       3)  $(-\infty; -8) \cup (8; +\infty)$   
 2)  $(-8; 8)$                               4) нет решений



**2. Укажите решение неравенства**

$$x^2 > 9.$$

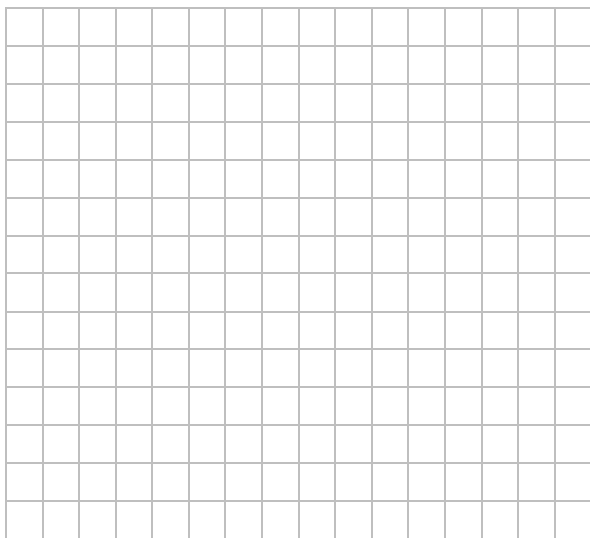
- 1)                       3)   
 2)                       4) 



**3. Укажите решение неравенства**


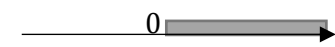

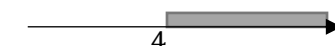
$$3x - x^2 \leq 0.$$

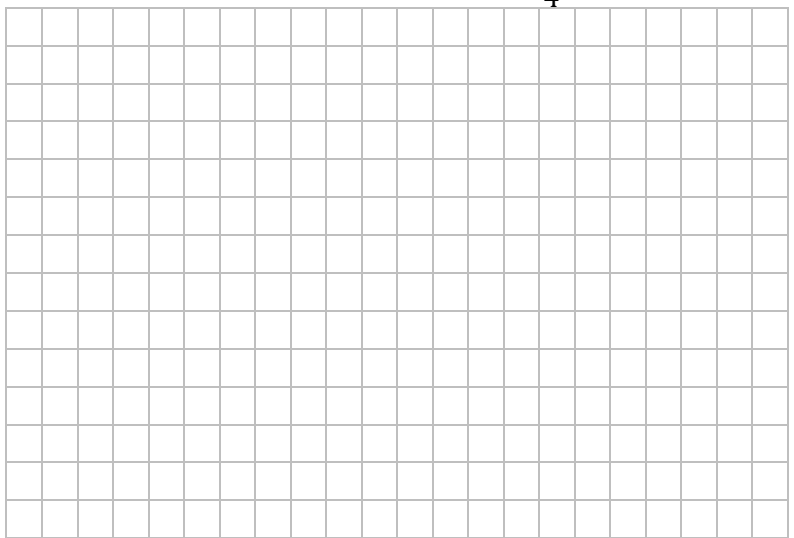
- 1)  $[0; 3]$                                       3)  $[3; +\infty)$   
 2)  $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$                       4)  $[0; +\infty)$



**4. Укажите решение неравенства**

$$4x - x^2 \leq 0.$$

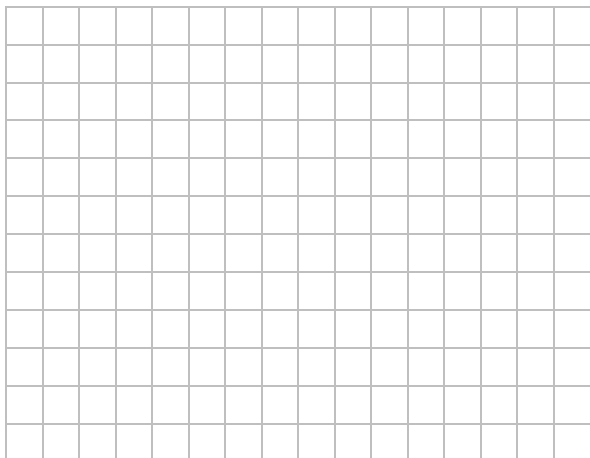
- 1)                       3)   
 2)                       4) 



**5. Укажите решение неравенства**

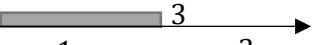



$$x^2 + 9x + 20 < 0$$

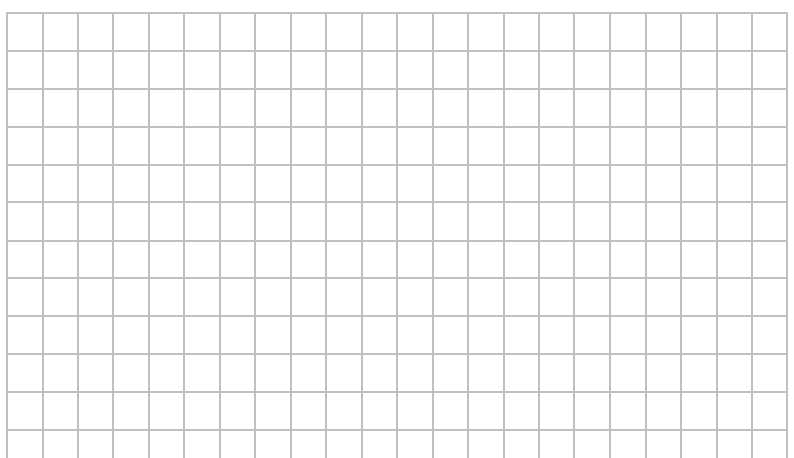
- 1)  $(-\infty; -4)$                                       3)  $(-\infty; -5) \cup (-4; +\infty)$   
 2)  $(-5; -4)$                                       4)  $(-\infty; -5)$



**6. Укажите решение неравенства**

$$x^2 - 2x - 3 < 0$$

- 1)                       3)   
 2)                       4) 



**Большая практика.****7. Решите уравнения и неравенства.**

1)  $x^2 - 10x + 24 = 0;$

2)  $2x^2 + 5x = 7;$

3)  $x^2 = -9x - 8;$

4)  $x^2 = 5x + 36;$

5)  $9x^2 - 9x + 4 = 7x^2;$

6)  $x^2 - 20x = -5x - 13 - x^2;$

7)  $5x^2 + 5x - 24 = 2x^2 + 11x;$

8)  $7x^2 - 14x = 0;$

9)  $4x^2 - 20x = 0;$

10)  $x^2 - 121 = 0;$

11)  $x^2 - 25 = 0;$

12)  $-\frac{1}{5}x^2 + 20 = 0;$

13)  $\frac{1}{4}x^2 - 36 = 0;$

14)  $(x - 1)(-x - 4) = 0;$

15)  $(-x + 10)(x + 20) = 0;$

16)  $(x - 1)^2 = 2x^2 - 6x - 31;$

17)  $x - \frac{12}{x} = 4;$

18)  $x + \frac{11}{x} = -12;$

19)  $\frac{13}{x - 12} + \frac{12}{x - 13} = 2;$

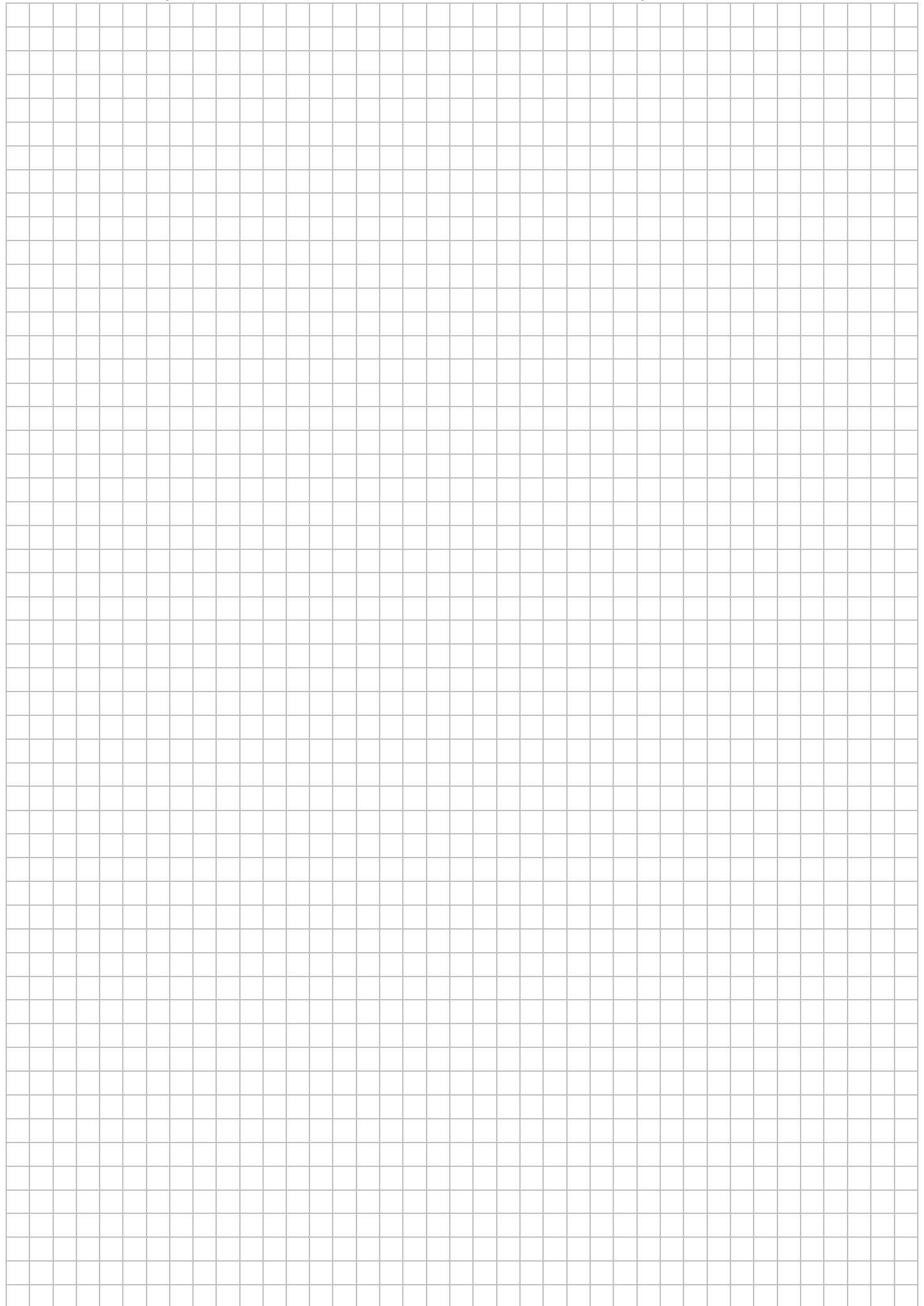
20)  $\frac{8}{x - 3} + \frac{3}{x - 8} = 2;$

21)  $(x - 4)(x - 6) > 0;$

22)  $(x - 8)(x + 6) \leq 0;$

23)  $x^2 + 17x > -72;$

24)  $x^2 - 7x < 6x - 15 - x^2.$





**Домашнее задание.****1. Решите уравнения.**

1)  $x^2 - 7x + 10 = 0$ ;

2)  $x^2 - 10x + 21 = 0$ ;

3)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ;

4)  $x^2 = 7x + 18$ ;

5)  $x^2 + 16 = 10x$ ;

6)  $x^2 - 45 = -4x$ ;

7)  $x^2 - 6x = 5x - 12 - x^2$ ;

8)  $2x^2 + x - 21 = -8x^2$ ;

9)  $3x^2 - 10x + 27 = 7x^2 + 2x$ ;

10)  $x^2 - 225 = 0$ ;

11)  $x^2 - 1 = 0$ ;

12)  $x^2 - 196 = 0$ ;

13)  $6x^2 - 24x = 0$

14)  $9x^2 + 99x = 0$

15)  $7x^2 - 56x = 0$

16)  $\frac{1}{2}x^2 - 50 = 0$ ;

17)  $\frac{4}{3}x^2 - 48 = 0$ ;

18)  $\frac{1}{12}x^2 - 12 = 0$ ;

19)  $(x - 1)(-x - 4) = 0$ ;

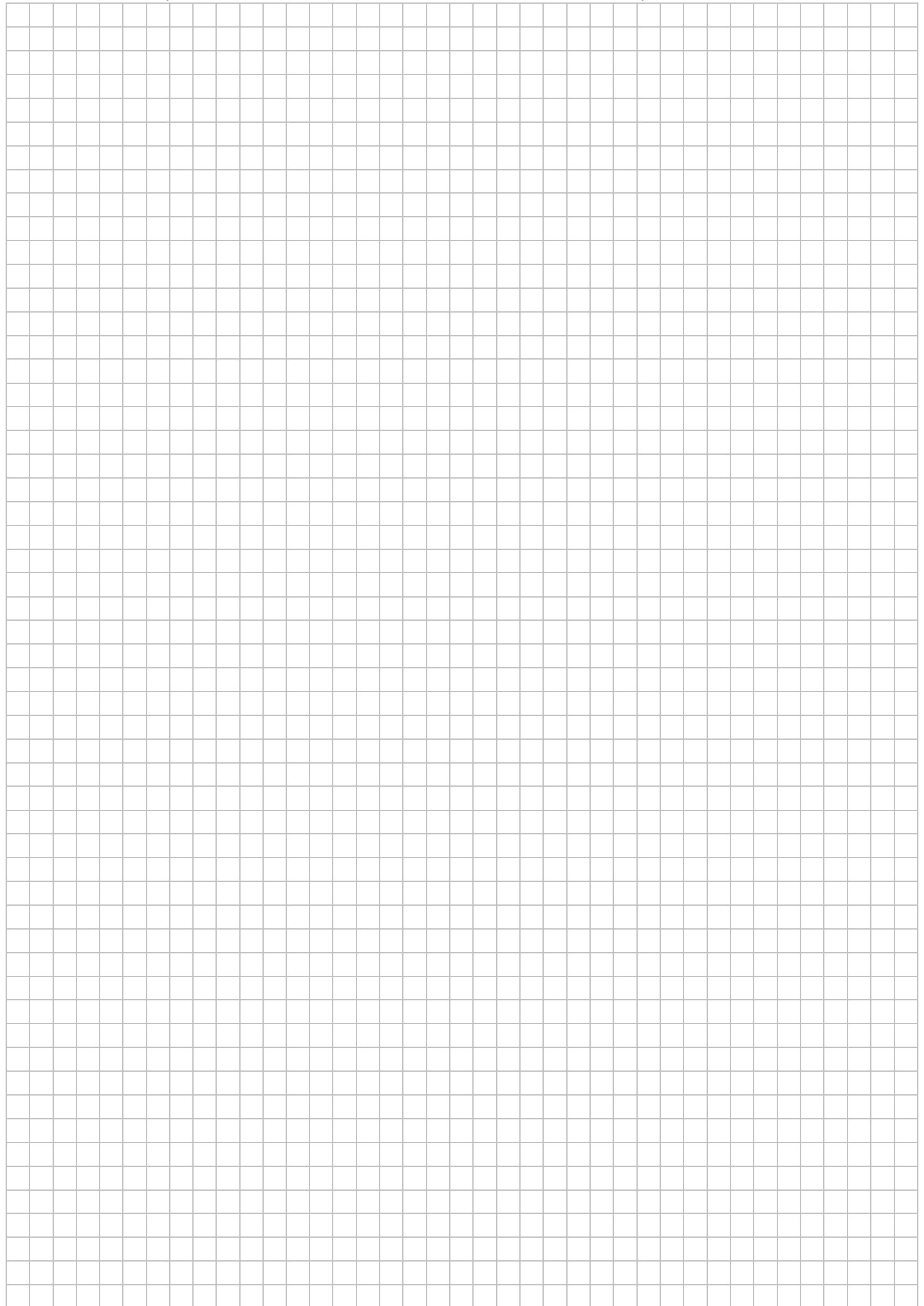
20)  $(-x + 10)(x + 20) = 0$ ;

21)  $(3 - x)(-x - 12) = 0$ ;

22)  $x - \frac{12}{x} = 1$ ;

23)  $x + \frac{11}{x} = 12$ ;

24)  $x + \frac{10}{x} = 7$ ;







10. Острый угол прямоугольного треугольника равен 17. Найдите другой острый угол.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

11. На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между знаками коэффициентов  $a$  и  $c$  и графиками функций.

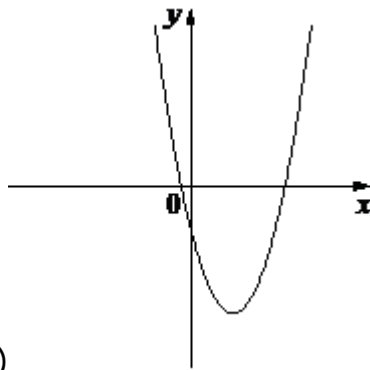
**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

А)  $a > 0, c < 0$

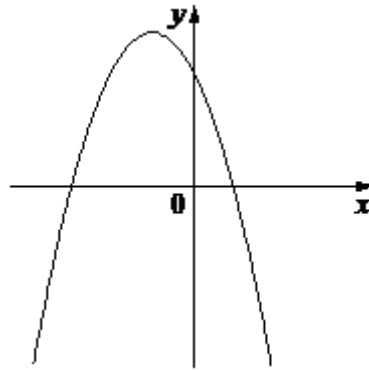
Б)  $a < 0, c > 0$

В)  $a > 0, c > 0$

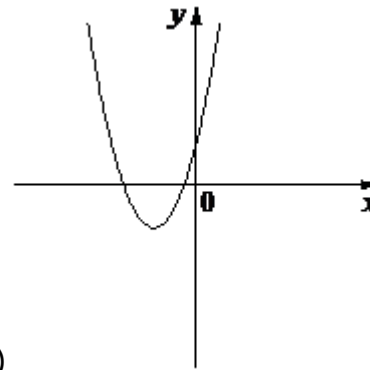
**ГРАФИКИ**



1)



2)

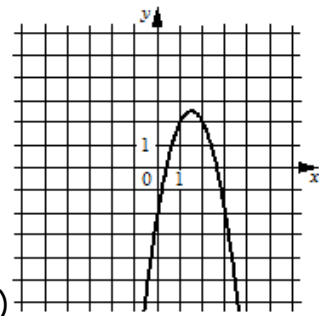


3)

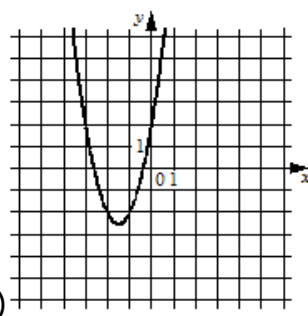
А	Б	В

12. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

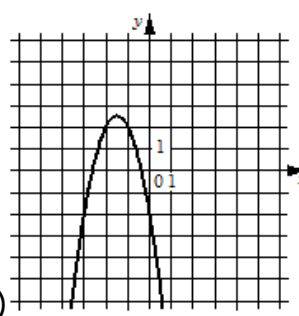
**ГРАФИКИ**



А)



Б)



В)

А	Б	В

**ФОРМУЛЫ**

1)  $y = -2x^2 + 6x - 2$ ;

2)  $y = 2x^2 + 6x + 2$ ;

3)  $y = -2x^2 - 6x - 2$ .

13. На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между знаками коэффициентов  $k$  и  $b$  и графиками функций.

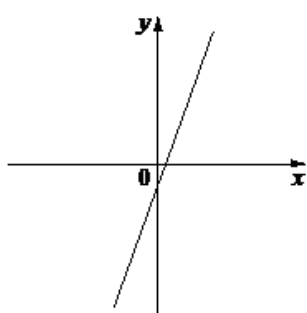
**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

А)  $k < 0, b < 0$

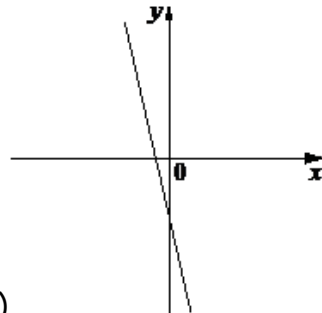
Б)  $k > 0, b < 0$

В)  $k < 0, b > 0$

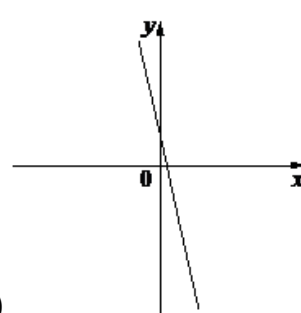
**ГРАФИКИ**



1)



2)



3)

А	Б	В



