

Тема 6. Линейные уравнения и неравенства.

Линейным уравнением называется такое уравнение, в котором неизвестная переменная находится в первой степени.

Пример: $6x + 12 = 7$ или $4(2 - 3x) = -7x + 10$.

Любое линейное уравнение нужно привести к виду $ax = b$, а затем число b разделить на число a . Получившийся результат и будет решением уравнения.

Как это всё сделать? Работаем по алгоритму.

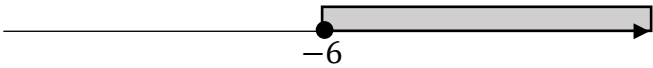
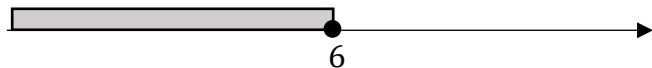
Шаг 1. Раскрыть скобки, если они есть.	Пусть дано уравнение $4(2 - 3x) = -7x + 10$. Раскрываем скобки: $8 - 12x = -7x + 10$
Шаг 2. Перенести неизвестные в левую сторону, а известные в правую. Другими словами, иксы с иксами, числа с числами. При переносах обязательно меняем знаки.	Было: $8 - 12x = -7x + 10$ Стало: $-12x + 7x = 10 - 8$
Шаг 3. Привести подобные слагаемые.	Было: $-12x + 7x = 10 - 8$ Стало: $-5x = 2$
Шаг 4. Находим икс.	Было: $-5x = 2$ Стало: $x = 2 : (-5)$ $x = -0,4$

Есть дробные линейные уравнения. Их по возможности стараемся решить пропорцией. Ну или можно привести к общему знаменателю, если так легче.

$\frac{x-5}{x-9} = 5$ $\frac{x-5}{x-9} = \frac{5}{1}$ $1(x-5) = 5(x-9)$ <p style="text-align: center;">Любое число можно представить в виде дроби со знаменателем 1.</p>	$x - 5 = 5x - 45$ $x - 5x = 5 - 45$ $-4x = -40$ $x = 10$ <p style="text-align: right;"><i>Икс не может равняться 9, т.к. в этом случае знаменатель будет равен 0, а на ноль делить нельзя.</i></p>
--	--

Линейные неравенства решаются точно также, только используются знаки неравенств. Различия – это изменение знака неравенства при делении или умножении на отрицательное число и решением является промежуток, а не что-то конкретное, как в уравнении.

Решим два неравенства:

$3x + 18 > 0$ $3x > -18$ $x > -18 : 3$ $x > -6$ <p>Здесь ничего не меняется, т.к. делим на положительное число 3. На числовой прямой отмечаем все значения иксов, которые больше -6:</p>  <p>Ответ: $(-6; +\infty)$</p>	$-3x + 18 > 0$ $-3x > -18$ $x > -18 : (-3)$ $x < 6$ <p>Здесь знак поменялся, т.к. делим на отрицательное число -3. На числовой прямой отмечаем все значения иксов, которые меньше 6:</p>  <p>Ответ: $(-\infty; 6)$</p>
--	---

Линейные уравнения.

1) $6x + 18 = 0;$

2) $6 + 3x = 4x - 1;$

3) $-1 + 2x = 10x + 3;$

4) $2(7 + 9x) = -6x + 2;$

5) $9 + 2(2x + 1) = 1;$

6) $(x + 3)^2 = (x + 8)^2.$

Дробные уравнения, сводящиеся к линейным.

1) $x + \frac{x}{3} = 8;$

2) $x + \frac{x}{12} = -\frac{13}{4};$

3) $\frac{x}{8} + \frac{x}{6} = -\frac{7}{3};$

4) $8 + x = \frac{x + 2}{7};$

5) $\frac{10}{x + 6} = -\frac{5}{3};$

6) $\frac{11}{x - 5} = \frac{5}{x - 11}.$

Линейные неравенства.

1. Укажите решение неравенства

$$-3 - x \geq x - 6.$$

1) $(-\infty; 1,5]$

3) $(-\infty; 4,5]$

2) $[1,5; +\infty)$

4) $[4,5; +\infty)$

4. Укажите решение неравенства

$$x - 1 \leq 3x + 2.$$

1) -1,5

3) -1,5

2) 0,25

4) 0,25

2. Укажите решение неравенства

$$-3 - 3x > 7x - 9.$$

1) $(0,6; +\infty)$

3) $(1,2; +\infty)$

2) $(-\infty; 1,2)$

4) $(-\infty; 0,6)$

5. Укажите решение неравенства

$$3 - 2(x - 3) > 18 - 5x.$$

1) -3

3) -3

2) 3

4) 3

3. Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x - 4,3 \geq 0 \\ x + 5 \leq 10 \end{cases}$$

1) $(-\infty; 4,3] \cup [5; +\infty)$

3) $[5; +\infty)$

2) $[4,3; 5]$

4) $[4,3; +\infty)$

6. Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -12 + 3x > 0 \\ 9 - 4x > -3 \end{cases}$$

1) 3

3) 4

2) 3 4

4) решений нет

Большая практика.

1) $-2x - 3 = 1;$

4) $(x + 5)^2 = (x - 8)^2;$

7) $x + \frac{x}{5} = -\frac{24}{5};$

10) $\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + x = -\frac{35}{4};$

13) $\frac{10}{x-4} = \frac{5}{2};$

16) $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x+3} = 0;$

19) $5x - 2 < 0;$

22) $-2x + 7 > 6;$

25) $3(4x + 1) > 8x;$

28) $\begin{cases} 2x \geq -6, \\ x > 4 \end{cases};$

2) $8x - 5 = 10x;$

5) $(x + 1)^2 = (2 - x)^2;$

8) $\frac{x}{6} + \frac{x}{10} = \frac{16}{15};$

11) $\frac{x}{11} + \frac{x}{2} + x = \frac{35}{22};$

14) $\frac{12}{x+5} = -\frac{12}{5};$

17) $\frac{2}{x-6} = -5;$

20) $-30x - 6 \leq 0;$

23) $-13x - 13 \geq -3x;$

26) $-2(2x - 3) > -x;$

29) $\begin{cases} x + 1,8 \leq 0 \\ x + 0,5 \leq -0,5 \end{cases};$

3) $2(x - 7) = 3;$

6) $6x - 8(-7 + 9x) = -2x - 8;$

9) $3 - \frac{x}{5} = x;$

12) $\frac{4x + 4}{8} + 5 = \frac{9x}{7};$

15) $\frac{7}{x-15} = \frac{15}{x-7};$

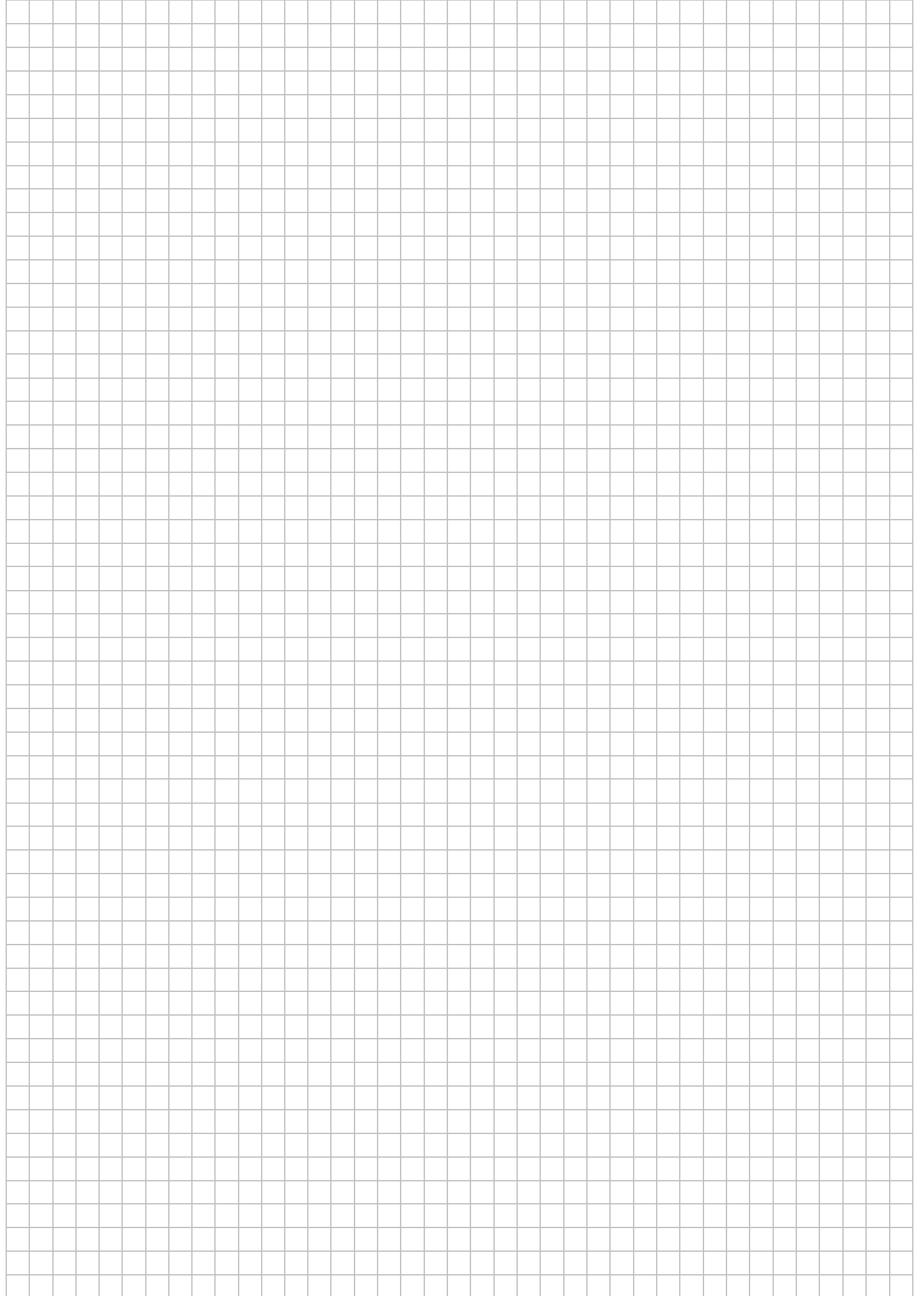
18) $\frac{5}{x-4} = 2;$

21) $7x + 2 > 23;$

24) $5(-9 + x) < 4;$

27) $-9(7 + x) - 3x \geq -9;$

30) $\begin{cases} -35 + 5x > 0 \\ 6 - 3x > -3 \end{cases}.$



Домашнее задание.

1. Решите уравнения и неравенства. В неравенствах ответ запишите в виде промежутков.

1) $6x + 18 = 0;$

2) $-5x - 9 = -6;$

3) $10x + 1 = 6x;$

4) $5x - 3 = -10x;$

5) $5(x - 9) = -2;$

6) $-7 = 5(x + 5);$

7) $(x - 6)^2 = (x - 3)^2;$

8) $(7 - x)^2 = (x + 3)^2;$

9) $(x + 9)^2 = (10 - x)^2;$

10) $-8x + 4(7 + 8x) = 4x + 7;$

11) $-x + 2(7 - 9x) = x - 4;$

12) $-7x + 9(2 + x) = -4x + 3;$

13) $x + \frac{x}{3} = -12;$

14) $x + \frac{x}{2} = \frac{9}{2};$

15) $6 - \frac{x}{2} = \frac{x}{3};$

16) $\frac{x}{7} + \frac{x}{2} = \frac{18}{7};$

17) $\frac{x}{8} + \frac{x}{11} = -\frac{19}{11};$

18) $\frac{x}{6} + \frac{x}{10} = \frac{16}{15};$

19) $\frac{11}{x-2} = \frac{11}{2};$

20) $\frac{6}{x+9} = -\frac{2}{3};$

21) $\frac{7}{x-14} = \frac{14}{x-7};$

22) $\frac{1}{x+7} + \frac{1}{x-3} = 0;$

23) $\frac{3}{x-3} = -10;$

24) $\frac{8}{x-4} = 1;$

25) $10x + 2 > 0;$

26) $-10x - 8 \leq 0;$

27) $-5x + 2 > 11;$

28) $4x + 5 > 2;$

29) $8x - 9 \geq -8x;$

30) $8(3 + x) < -2;$

31) $6(5 + x) > -3;$

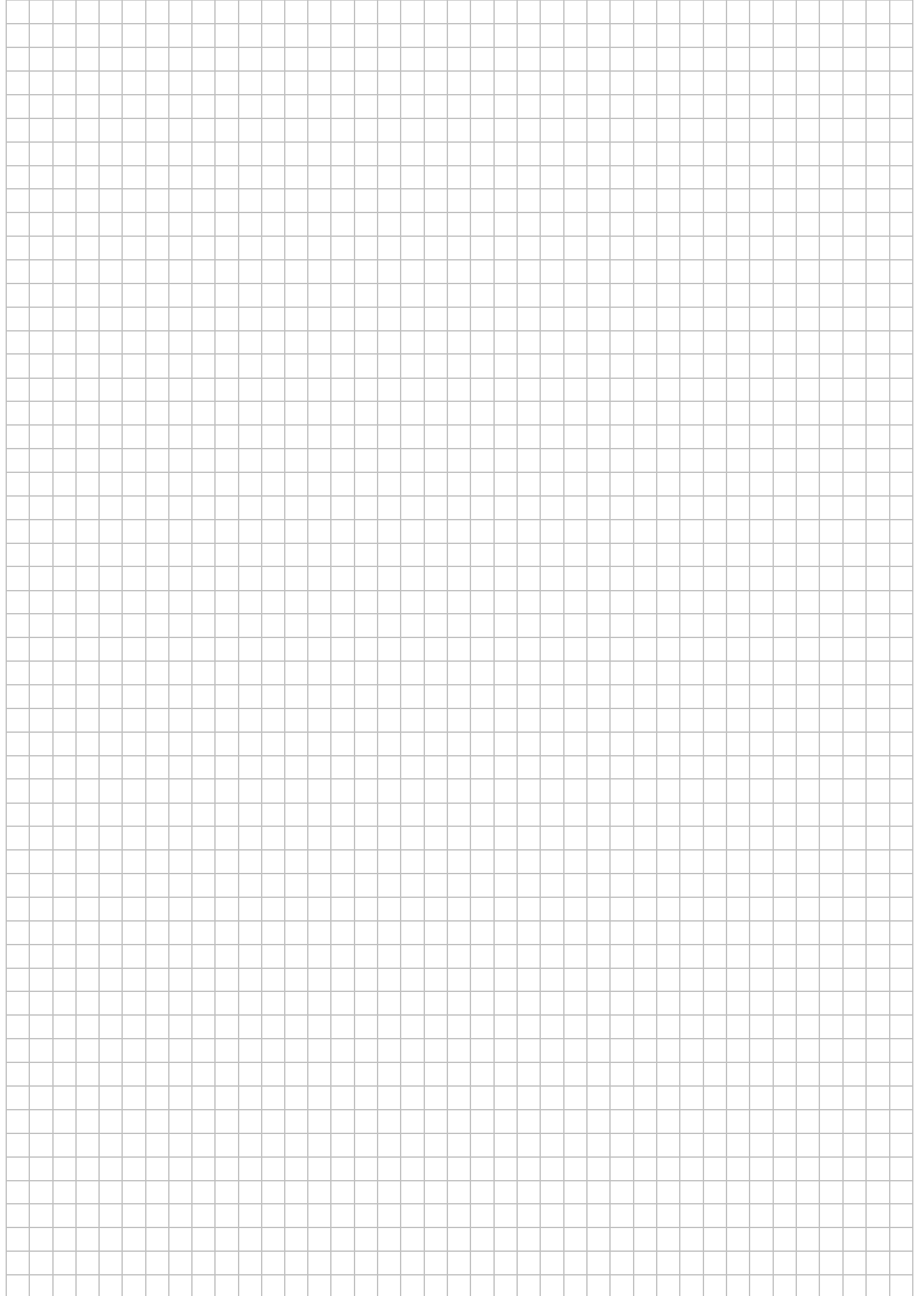
32) $-4(-x - 2) > -6 - 4x;$

33) $-5(-1 + x) + 3x \geq -7;$

34) $\begin{cases} -2x < 4 \\ -5x \leq -3 \end{cases};$

35) $\begin{cases} x + 3 \geq -2 \\ x + 1,1 \geq 0 \end{cases};$

36) $\begin{cases} -12 + 3x > 0 \\ 9 - 4x > -23 \end{cases};$



8. Найдите площади изображенных фигур (используй справочные материалы).

