Тема 3.
Выражения.

I. Свойства степеней.

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней складываются.	$a^{-9} \cdot a^{5} = a^{-4}$
2. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней вычитаются.	$a^{-9} : a^{5} = a^{-14}$
3. При возведении степени в степень показатели умножаются.	$(a^{-9})^{5} = a^{-45}$
4. При возведении произведения в степень каждый множитель возводится в эту степень.	$(a^{2}b)^{5} = a^{10}b^{5}$
5. При возведении частного в степень числитель и знаменатель возводятся в эту степень.	$\left(\frac{a^{2}}{b}\right)^{9} = \frac{a^{18}}{b^{9}}$
6. Чтобы избавится от отрицательного показателя, нужно число представить в виде дроби и перевернуть ее. Минус из показателя убрать.	$a^{-5} = \left(\frac{a}{1}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{a}\right)^{5} = \frac{1}{a^{5}}$
7. Чтобы избавится от отрицательного показателя в дроби, надо дробь перевернуть, минус убрать.	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-9} = \left(\frac{b}{a}\right)^{9}$

Найдите значение выражения:

1. $(7^{6})^{4} : 7^{22}$

2. $(64^{3})^{9} : (16^{8})^{5}$

3. $6^{0,06} \cdot 36^{0,97}$

4. $20^{-3,9} \cdot 5^{2,9} : 4^{-4,9}$

5. $4^{\frac{1}{5}} \cdot 16^{\frac{9}{10}}$

6. $\frac{3^{9,2}}{9^{2,6}}$

7. $\frac{2^{2,5} \cdot 3^{2,5}}{6^{1,5}}$

8. $\frac{14^{6,4} \cdot 7^{-5,4}}{2^{4,4}}$

9. $\frac{(5^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{3}})^{15}}{35^{9}}$

II. Свойства корней.

1. При умножении корней n-ой степени подкоренные выражения можно записать под один корень.	$\sqrt[5]{6} \cdot \sqrt[5]{5} = \sqrt[5]{6 \cdot 5} = \sqrt[5]{30}$
2. При делении корней подкоренные выражения можно записать под один корень.	$\frac{\sqrt[5]{12}}{\sqrt[5]{6}} = \sqrt[5]{\frac{12}{6}} = \sqrt[5]{2}$
3. Корень n-ой степени в степени n равен подкоренному выражению. *P.S. Степень может находится и под корнем. Важно помнить, что корень четной степени всегда положительный.*	$\left(\sqrt[5]{7}\right)^5 = 7; \quad \sqrt{13^2} = 13;$ $\sqrt[6]{(-4)^6} = 4; \left(\sqrt[3]{(-4)}\right)^3 = -4.$
4. Если степень корня и степень подкоренного выражения делятся на одно и то же число, то их можно разделить на это число.	$\sqrt[22]{7^{33}} = \sqrt[2]{7^3}$

Найдите значение выражения:

10. $\frac{\sqrt{1,2}\cdot\sqrt{1,4}}{\sqrt{0,42}}$

11. $\frac{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{24}}$

12. $\frac{\sqrt[4]{121}\cdot\sqrt[3]{121}}{\sqrt[12]{121}}$

13. $\frac{\sqrt[15]{5}\cdot 5\cdot\sqrt[10]{5}}{\sqrt[6]{5}}$

14. $\frac{(3\sqrt{8})^2}{6}$

15. $(\sqrt{12}-\sqrt{75})\cdot\sqrt{12}$

16. $\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{60+10\sqrt{35}}$

III. Свойства логарифмов.

Найдите значение выражения:

17. $\log_2 24 - \log_2 0{,}75$

При вычитании логарифмов с одинаковыми основаниями аргументы делим.

18. $\log_7 12{,}25 + \log_7 4$

При сложении логарифмов с одинаковыми основаниями аргументы умножаем.

19. $\dfrac{\log_7 243}{\log_7 3}$

Если аргумент логарифма возведён в степень, то показатель степени можно вынести по формуле $\log_a b^n = n \log_a b$.

20. $\dfrac{\log_9 5}{\log_{81} 5}$

Если основание логарифма возведён в степень, то показатель степени можно вынести по формуле $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$.

21. $\dfrac{\log_5 2}{\log_5 13} + \log_{13} 0{,}5$

При делении логарифмов с одинаковыми основаниями можно заменить частное другим логарифмов по формуле $\dfrac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$

22. $\log_3 5 \cdot \log_5 81$

При необходимости мы можем поменять основание и аргумент логарифма по формуле $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

23. $\log_4 3 \cdot \log_3 16$

24. $4\log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0{,}8$

IV. Тригонометрия. Основные формулы.

25. Найдите $cos\alpha$, если $sin\alpha = \frac{7}{25}, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Основное тригонометрическое тождество: $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. Обязательно нужно проверить знак результата: косинус положителен в первой и четвертой четвертях, а отрицателен – во второй и третьей.

26. Найдите $cos\alpha$, если $sin\alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}, \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

27. Найдите $cos\alpha$, если $sin\alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

28. Найдите $sin\alpha$, если $cos\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Основное тригонометрическое тождество: $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$. Обязательно нужно проверить знак результата: синус положителен в первой и второй четвертях, а отрицателен – во третьей и четвертой.

29. Найдите $sin\alpha$, если $cos\alpha = -\frac{\sqrt{19}}{10}, \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

30. Найдите $sin\alpha$, если $cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

31. Найдите $tg\alpha$, если $sin\alpha = \frac{3\sqrt{34}}{34}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

К формуле $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ добавляем формулу для нахождения тангенса: $tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$. Обязательно проверяем знак результата: тангенс положителен в первой и третьей четвертях, а отрицателен – во второй и четвертой.

32. Найдите $tg\alpha$, если $cos\alpha = \frac{\sqrt{17}}{17}, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
$tg\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0
$ctg\alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	0	-

Найдите значение выражения.

33. $28\sqrt{2}cos\frac{3\pi}{4}cos\frac{\pi}{3}$

34. $12\sqrt{2}tg\frac{5\pi}{4}sin\frac{3\pi}{4}$

35. $7\sqrt{2}sin\frac{15\pi}{8}cos\frac{15\pi}{8}$

Синус двойного угла: $sin2\alpha = 2sin\alpha cos\alpha$

36. $4\sqrt{3}cos^2\frac{7\pi}{12} - 4\sqrt{3}sin^2\frac{7\pi}{12}$

Косинус двойного угла: $cos2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha$

37. $\sqrt{2} - 2\sqrt{2}sin^2\frac{15\pi}{8}$

Косинус двойного угла: $cos2\alpha = 1 - 2sin^2\alpha$

38. $\sqrt{128}cos^2\frac{7\pi}{8}-\sqrt{32}$

Косинус двойного угла: $cos2\alpha = 2cos^2\alpha - 1$

38. Найдите $3cos2\alpha$, если $sin\alpha = 0{,}6$

IV. Тригонометрия. Формулы приведения.

39. $8sin150°cos120°$

40. $7\sqrt{2}\cos(-225°)$

41. $30tg3°tg87° + 26$

42. $-15tg3°tg87° - 32$

43. $\frac{9}{cos^2 26°+2+cos^2 116°}$

44. $\frac{31}{sin^2 96° + 1 + sin^2 186°}$

45. $\frac{20 sin 74° cos 74°}{sin 148°}$

46. $\frac{21(sin^2 66° - cos^2 66°)}{2 cos 132°}$

47. $\frac{7 sin 154°}{cos 77° cos 13°}$

48. $\frac{2 cos 53°}{sin 37°} + 13$

49. $\frac{-7 cos 387°}{cos 27°}$

Домашнее задание.

1. $(2^{13})^3 : 2^{34}$

2. $(4^3)^5 : 4^{12}$

3. $(4^6)^4 : (8^3)^5$

4. $(121^3)^7 : (11^8)^5$

5. $2^{1,34} \cdot 4^{0,83}$

6. $4^{0,04} \cdot 16^{0,48}$

7. $10^{2,6} \cdot 5^{-0,6} : 2^{3,6}$

8. $12^{2,2} \cdot 4^{-3,2} : 3^{-0,8}$

9. $5^{\frac{3}{5}} \cdot 25^{\frac{7}{10}}$

10. $12^{\frac{5}{7}} \cdot 144^{\frac{1}{7}}$

11. $\frac{10^{6,2}}{100^{2,1}}$

12. $\frac{81^{2,6}}{9^{3,7}}$

13. $\frac{2^{2,2} \cdot 6^{3,2}}{12^{2,2}}$

14. $\frac{5^{1,6} \cdot 7^{4,6}}{35^{3,6}}$

15. $\frac{22^{5,1} \cdot 11^{-4,1}}{2^{2,1}}$

16. $\frac{15^{7,2} \cdot 5^{-5,2}}{3^{6,2}}$

17. $\frac{(6^{\frac{3}{4}}\cdot 9^{\frac{2}{3}})^{12}}{54^{8}}$

18. $\frac{(4^{\frac{4}{7}}\cdot 11^{\frac{2}{3}})^{21}}{44^{12}}$

19. $\frac{\sqrt{2,5}\cdot\sqrt{0,2}}{\sqrt{0,08}}$

20. $\frac{\sqrt{1,6}\cdot\sqrt{2,8}}{\sqrt{0,07}}$

21. $\frac{\sqrt[5]{16}\cdot\sqrt[5]{20}}{\sqrt[5]{10}}$

22. $\frac{\sqrt[3]{400}\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{16}}$

23. $\frac{\sqrt[5]{16}\cdot\sqrt[20]{16}}{\sqrt[4]{16}}$

24. $\frac{\sqrt[5]{36}\cdot\sqrt[3]{36}}{\sqrt[30]{36}}$

25. $\frac{\sqrt[28]{3}\cdot 3\cdot\sqrt[21]{3}}{\sqrt[12]{3}}$

26. $\frac{\sqrt[45]{17}\cdot 17\cdot\sqrt[36]{17}}{\sqrt[20]{17}}$

27. $\frac{(6\sqrt{2})^2}{6}$

28. $\frac{(5\sqrt{7})^2}{35}$

29. $(\sqrt{24}-\sqrt{54})\cdot\sqrt{6}$

30. $(\sqrt{32}-\sqrt{8})\cdot\sqrt{8}$

31. $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2}{40+8\sqrt{21}}$

32. $\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}{70-20\sqrt{10}}$

33. $\log_2 5 + \log_2 25{,}6$

34. $\log_4 12{,}8 + \log_4 5$

35. $\log_6 43{,}2 - \log_6 1{,}2$

36. $\log_3 40{,}5 - \log_3 0{,}5$

37. $\frac{\log_7 625}{\log_7 5}$

38. $\frac{\log_4 343}{\log_4 7}$

39. $\frac{\log_2 11}{\log_{64} 11}$

40. $\dfrac{\log_5 8}{\log_{125} 8}$

41. $\dfrac{\log_3 50}{\log_3 5} + \log_5 0{,}5$

42. $\dfrac{\log_2 4}{\log_2 14} + \log_{14} 3{,}5$

43. $\log_2 5 \cdot \log_5 64$

44. $\log_5 3 \cdot \log_3 125$

45. $7\log_{2,5} 11 \cdot \log_{11} 0{,}4$

46. $3\log_5 6 \cdot \log_6 0{,}2$

47. Найдите $cos\alpha$, если $sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

48. Найдите $cos\alpha$, если $sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

49. Найдите $cos\alpha$, если $sin\alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

50. Найдите $sin\alpha$, если $cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

51. Найдите $sin\alpha$, если $cos\alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}, \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

52. Найдите $tg\alpha$, если $sin\alpha = \frac{4\sqrt{41}}{41}, \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

53. Найдите $tg\alpha$, если $cos\alpha = \frac{5\sqrt{29}}{29}, \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

54. $26\sqrt{2}cos\frac{\pi}{4}cos\frac{4\pi}{3}$

55. $18\sqrt{2}tg\frac{\pi}{4}sin\frac{\pi}{4}$

56. $10\sqrt{3}sin\frac{7\pi}{6}cos\frac{7\pi}{6}$

57. $\sqrt{2}sin\frac{7\pi}{8}cos\frac{7\pi}{8}$

58. $\sqrt{18}cos^2\frac{7\pi}{8} - \sqrt{18}sin^2\frac{7\pi}{8}$

59. $3\sqrt{2}cos^2\frac{9\pi}{8} - 3\sqrt{2}sin^2\frac{9\pi}{8}$

60. $5\sqrt{3} - 10\sqrt{3}sin^2\frac{13\pi}{12}$

61. $\sqrt{27} - \sqrt{108}sin^2\frac{11\pi}{12}$

62. $\sqrt{32}cos^2\frac{7\pi}{8} - \sqrt{8}$

63. $2\sqrt{3}cos^2\frac{13\pi}{12} - \sqrt{3}$

64. Найдите $5cos2\alpha$, если $cos\alpha = -0{,}8$

65. Найдите $12cos2\alpha$, если $cos\alpha = 0{,}5$

66. Найдите $6cos2\alpha$, если $sin\alpha = -0{,}5$

67. $2sin30°cos120°$

68. $4sin45°cos135°$

69. $6\sqrt{2}\cos(-495°)$

70. $2\sqrt{3}\sin(-120°)$

71. $-4\sqrt{3}\sin(-780°)$

72. $-40tg11°tg79° - 5$

73. $12tg43°tg47° + 15$

74. $10tg21°tg69° - 50$

75. $\frac{12}{cos^2 125°+3+cos^2 35°}$

76. $\frac{25}{cos^2 21°+4+cos^2 111°}$

77. $\frac{15}{sin^2 14°+1+sin^2 76°}$

78. $\frac{24}{sin^2 81°+7+sin^2 99°}$

79. $\frac{20sin85°cos85°}{sin170°}$

80. $\frac{4sin51°cos51°}{sin102°}$

81. $\frac{20(sin^2 71°-cos^2 71°)}{2cos142°}$

82. $\frac{23(sin^2 72°-cos^2 72°)}{2cos144°}$

83. $\frac{6sin108°}{cos54°cos36°}$

84. $\frac{9sin162°}{cos81°cos9°}$

85. $\frac{7cos80°}{sin10°} - 9$

86. $\frac{2cos4°}{sin86°} + 2$

87. $\frac{9sin32°}{sin392°}$

88. $\frac{14cos101°}{cos461°}$