Тема 12.
Четырехугольники.

Сумма углов в любом четырехугольнике равна 360°.

I. Квадрат.

1) Площадь квадрата равна произведению его сторон: $S = a \cdot a$.
2) Периметр квадрата – сумма всех его сторон: $P = a + a + a + a$ или $P = 4a$.
3) Диагональ квадрата делит его на два прямоугольных треугольника. Может пригодится теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$.
4) Диагонали квадрата равны и точкой пересечения делятся пополам. Так же они делят углы квадрата пополам.

1. Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.

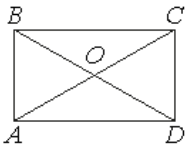
2. Периметр квадрата равен 160. Найдите его площадь.

3. Сторона квадрата равна $7\sqrt{2}$. Найдите его диагональ.

II. Прямоугольник.

1) Площадь прямоугольника равна произведению его сторон: $S = a \cdot b$.
2) Периметр прямоугольника – сумма всех его сторон: $P = a + a + b + b$ или $P = 2(a + b)$.
3) Диагональ прямоугольника делит его на два прямоугольных треугольника. Может пригодится теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$.
4) Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам.

1. Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, BO=7, AB=6. Найдите AC.



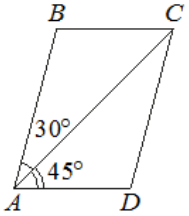
2. Диагональ прямоугольника образует угол 50° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

III. Параллелограмм.

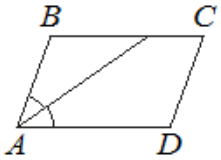
1) Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне: $S = ah$ или $S = absin\varphi$.
2) Противоположные углы параллелограмма равны, а сумма углов, прилегающих к одной стороне равна 180 градусам.

1. Один из углов параллелограмма равен 41°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

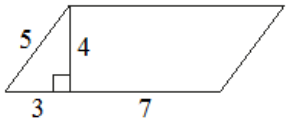
2. Диагональ AC параллелограмма ABCD образует с его сторонами углы, равные 30° и 45°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



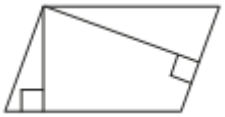
3. Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 15°. Ответ дайте в градусах.



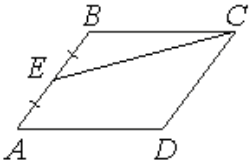
4. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



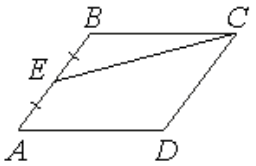
5. Площадь параллелограмма равна 40, а две его стороны равны 5 и 10. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.



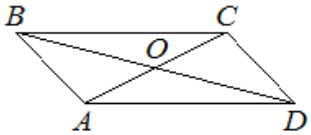
6. Площадь параллелограмма ABCD равна 180. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.



7. Площадь параллелограмма ABCD равна 68. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.



8. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, AC=12, BD=20, AB=7. Найдите DO.

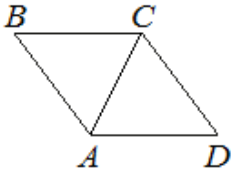


IV. Ромб.

1) Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$.
2) Диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.
3) Ромб – частный случай параллелограмма, поэтому ему подходят свойства параллелограмма, обозначенные в пункте III.

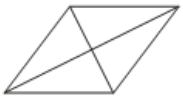
1. Один из углов ромба равен 43°. Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

2. В ромбе ABCD угол ABC равен 72°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



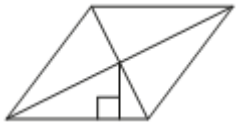
3. Сторона ромба равна 4, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.

4. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 14 и 6.



5. Периметр ромба равен 24, а один из углов равен 30°. Найдите площадь этого ромба.

6. Сторона ромба равна 5, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь этого ромба.



V. Трапеция.

1) Площадь трапеции равна половине сумме ее оснований, умноженной на высоту: $S = \frac{1}{2}(a + b)h$.

2) В равнобедренной трапеции боковые стороны равны и углы при обоих основаниях равны.

3) Средняя линия трапеции равна полусумме ее оснований.

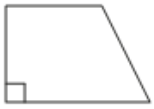
1. Основания трапеции равны 3 и 9, а высота равна 5. Найдите среднюю линию этой трапеции.

2. Основания трапеции равны 4 и 10, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.

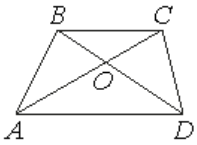
3. Один из углов равнобедренной трапеции равен 66°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

4. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 102°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

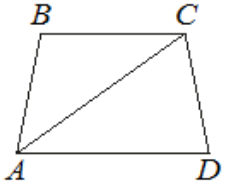
5. Один из углов прямоугольной трапеции равен 64°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



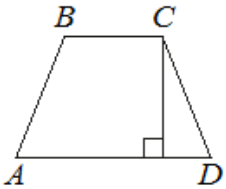
6. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, BC=3, AD=7, AC=20. Найдите AO.



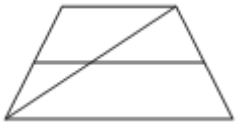
7. Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 46° и 1° соответственно. Ответ дайте в градусах.



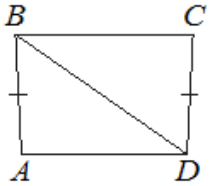
8. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 8 и 15. Найдите длину основания BC.



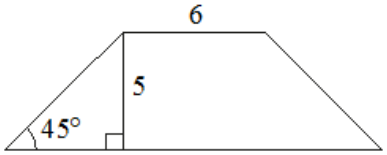
9. Основания трапеции равны 1 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



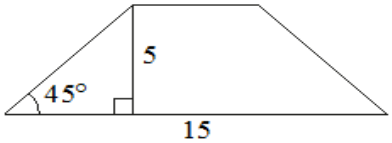
10. В трапеции ABCD известно, что AB=CD, ∠BDA=35° и ∠BDC=58°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



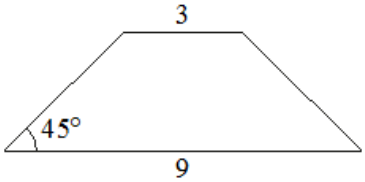
11. Найдите большее основание трапеции, изображенной на рисунке.



12. Найдите меньшее основание трапеции, изображенной на рисунке.



13. Найдите площадь равнобедренной трапеции, изображенной на рисунке.



Домашнее задание.

1. Сторона квадрата равна $6\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.

2. Сторона квадрата равна $5\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.

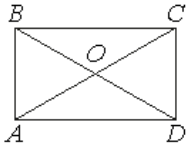
3. Периметр квадрата равен 32. Найдите его площадь.

4. Периметр квадрата равен 64. Найдите его площадь.

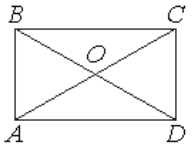
5. Сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$. Найдите его диагональ.

6. Сторона квадрата равна $8\sqrt{2}$. Найдите его диагональ.

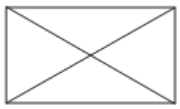
7. Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, BO=10, AB=8. Найдите AC.



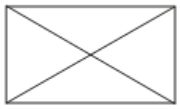
8. Диагонали AC и BD прямоугольника ABCD пересекаются в точке O, BO=15, AB=10. Найдите AC.



9. Диагональ прямоугольника образует угол 63° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



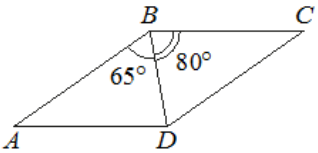
10. Диагональ прямоугольника образует угол 74° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



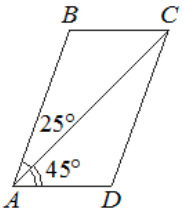
11. Один из углов параллелограмма равен 26°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

12. Один из углов параллелограмма равен 95°. Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

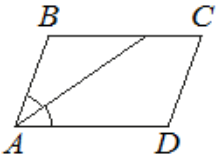
13. Диагональ AC параллелограмма ABCD образует с его сторонами углы, равные 65° и 80°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



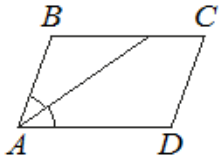
14. Диагональ AC параллелограмма ABCD образует с его сторонами углы, равные 25° и 45°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



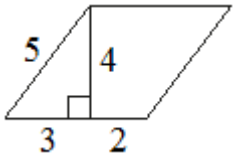
15. Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 41°. Ответ дайте в градусах.



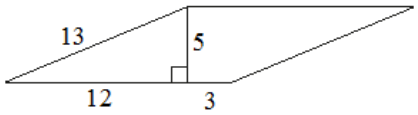
16. Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 34°. Ответ дайте в градусах.



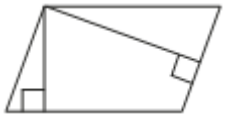
17. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



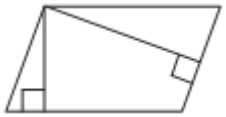
18. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



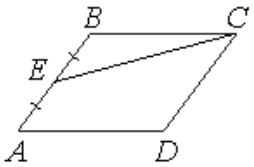
19. Площадь параллелограмма равна 28, а две его стороны равны 14 и 7. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.



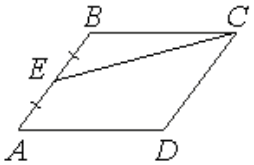
20. Площадь параллелограмма равна 48, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.



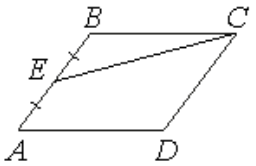
21. Площадь параллелограмма ABCD равна 196. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.



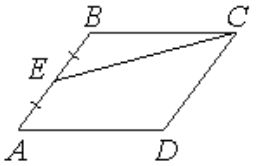
22. Площадь параллелограмма ABCD равна 76. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь трапеции DAEC.



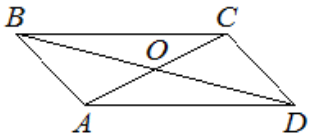
23. Площадь параллелограмма ABCD равна 92. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.



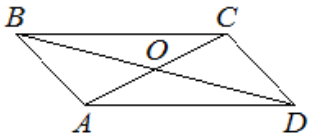
24. Площадь параллелограмма ABCD равна 132. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.



25. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, AC=16, BD=8, AB=5. Найдите DO.



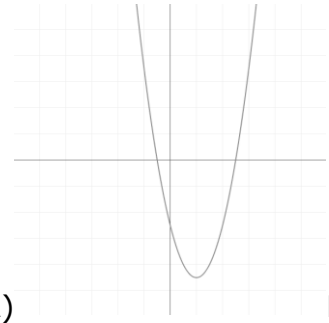
26. Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, AC=24, BD=15, AB=10. Найдите DO.



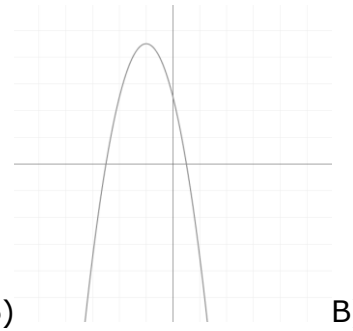
27. В среднем из 100 карманных фонариков приходится 8 неисправных. Найдите вероятность купить исправный фонарик.

28. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

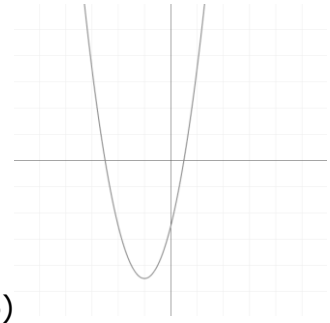
ГРАФИКИ



А)



Б)



В)

А	Б	В

ФОРМУЛЫ

1) $y = x^2 + 4x - 5$; 2) $y = x^2 - 4x - 5$; 3) $y = -x^2 - 4x + 5$.

29. Вычислите:

1) $0{,}2 \cdot 20000 \cdot 0{,}002$; 2) $\frac{3{,}5 + 1{,}02}{0{,}2}$; 3) $\left(\frac{3}{7} - 1\frac{2}{14}\right) : \frac{5}{21}$.

30. Решите уравнения и неравенства:

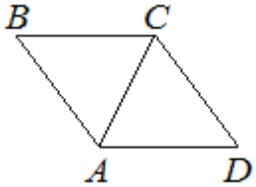
1) $2x^2 + 7x = 0$; 2) $\frac{x}{3} - 9 = x$; 3) $7 + 8x = -2x - 5$;

4) $x^2 - 64 > 0$; 5) $5x + 4 < x + 6$; 6) $\begin{cases} -9 + 3x < 0 \\ 2 - 3x < -10 \end{cases}$.

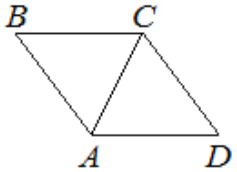
31. Один из углов ромба равен 104°. Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

32. Один из углов ромба равен 26°. Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

33. В ромбе ABCD угол ABC равен 40°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



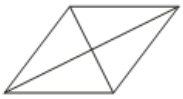
34. В ромбе ABCD угол ABC равен 58°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



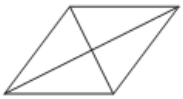
35. Сторона ромба равна 28, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.

36. Сторона ромба равна 54, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.

37. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 21 и 4.



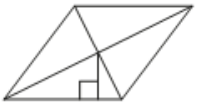
38. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 8 и 9.



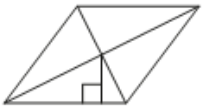
39. Периметр ромба равен 48, а один из углов равен 30°. Найдите площадь этого ромба.

40. Периметр ромба равен 56, а один из углов равен 30°. Найдите площадь этого ромба.

41. Сторона ромба равна 8, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь этого ромба.



42. Сторона ромба равна 7, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 3. Найдите площадь этого ромба.



43. Основания трапеции равны 4 и 14, а высота равна 8. Найдите среднюю линию этой трапеции.

44. Основания трапеции равны 7 и 21, а высота равна 3. Найдите среднюю линию этой трапеции.

45. Основания трапеции равны 8 и 6, а высота равна 4. Найдите площадь этой трапеции.

46. Основания трапеции равны 11 и 6, а высота равна 2. Найдите площадь этой трапеции.

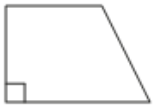
47. Один из углов равнобедренной трапеции равен 53°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

48. Один из углов равнобедренной трапеции равен 99°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

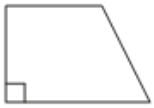
49. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 218°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

50. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 46°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

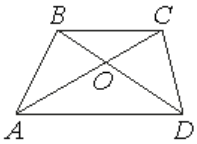
51. Один из углов прямоугольной трапеции равен 113°. Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



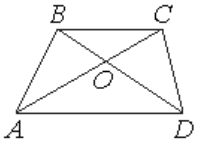
52. Один из углов прямоугольной трапеции равен 83°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



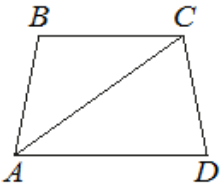
53. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, BC=6, AD=13, AC=38. Найдите AO.



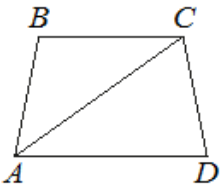
54. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями BC и AD пересекаются в точке O, BC=2, AD=8, AC=40. Найдите AO.



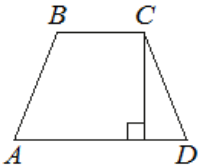
55. Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 12° и 13° соответственно. Ответ дайте в градусах.



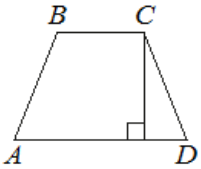
56. Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 4° и 68° соответственно. Ответ дайте в градусах.



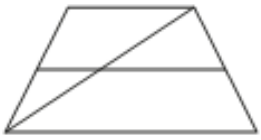
57. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 14 и 19. Найдите длину основания BC.



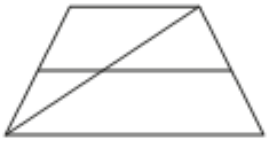
58. Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 3 и 11. Найдите длину основания BC.



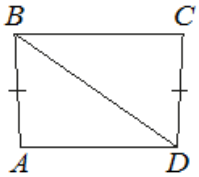
59. Основания трапеции равны 8 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



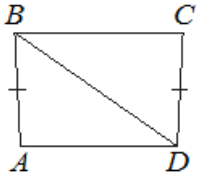
60. Основания трапеции равны 14 и 19. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



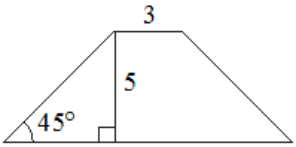
61. В трапеции ABCD известно, что AB=CD, ∠BDA=30° и ∠BDC=110°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



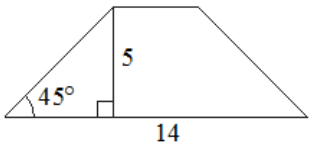
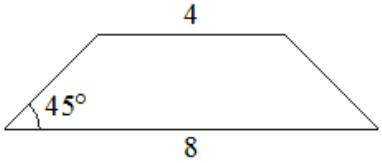
62. В трапеции ABCD известно, что AB=CD, ∠BDA=24° и ∠BDC=70°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



63. Найдите большее основание трапеции, изображенной на рисунке.



64. Найдите меньшее основание трапеции, изображенной на рисунке.



65. Найдите площадь равнобедренной трапеции, изображенной на рисунке.