Тема 1.
Теория вероятностей.

Вероятность P – это отношение благоприятных исходов (событий) к всевозможным. Благоприятные исходы – это те, о которых спрашивают в вопросе. Всевозможные – это всё, что есть в задаче.

Например, на тарелке лежат 20 одинаковых на вид пирожков: 3 с вишней, 6 с капустой и 11 с мясом. Ты берешь наугад один пирожок и хочешь, чтобы он был с вишней. С какой вероятностью это произойдет?

Пирожки, которые ты хочешь, - это благоприятные исходы. Таких пирожков 3 штуки. Все пирожки на тарелке (а их 20 штук) – это всевозможные исходы. Находим вероятность делением благоприятных исходов на всевозможные и обязательно записываем ответ в виде десятичной дроби:

$$P = \frac{3}{20} = 0{,}15.$$

А чтобы переводить обыкновенные дроби в десятичные, нужно их сократить по возможности, а затем разделить числитель и знаменатель столбиком. И никакого калькулятора! Он твой злейший враг.

Теперь попробуй сам:

1. В коробке лежат 25 шариков: 10 зеленых, 4 желтых, 6 синих и 5 красных. Найди вероятность того, что шар окажется:

а) зеленым

б) желтым

в) синим

г) красным

3. В поход собрались 10 туристов, в том числе Алексей. Жеребьевкой выбирают троих для похода в магазин. Найдите вероятность того, что Алексей пойдет в магазин.

4. Таня выбирает двухзначное число. Найдите вероятность того, что это число будет делится на 15. Ответ запишите в виде обыкновенной дроби.

5. На экзамене 50 билетов. Артем выучил 35 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется:

а) выученный билет

б) невыученный

6. В бегах участвуют 50 спортсменов: 14 из Аргентины, 26 из Перу, остальные из Мексики и США, их поровну. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Аргентины или США.

7. На Марс хотят попасть 5 олигархов из России, 2 из США и 1 олигарх из Зимбабве. Илон Маск с помощью жребия выбирает одного олигарха для отправки на Марс. Найдите вероятность того, что это будет олигарх из России.

8. Фабрика выпускает платья. В среднем из 500 платьев 6 из них имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранное платье окажется …

а) … с дефектом

б) … без дефекта

9. Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 15 с машинами и 10 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Андрей. Найдите вероятность того, что ему достанется пазл с машиной.

10. При производстве чупа-чупсов в среднем на каждые 1789 хороших чупа-чупсов приходится 211 бракованных (не круглой формы). Найдите вероятность того, что случайно выбранный чупа-чупс окажется не круглым.

11. В упаковке драже Берти Боттс лежат 9 фруктовых конфет, 3 конфеты со вкусом ушной серы, 2 конфеты со вкусом перца, 3 конфеты со вкусом грязных носков и 3 шоколадных. Рон наугад берет одну конфету. Найдите вероятность того, что она будет со вкусом грязных носков или ушной серы.

12. В соревнованиях по прыжкам в длину участвуют 10 лягушек: 3 темно-зеленые, 4 светло-зеленые, остальные коричневые. Найдите вероятность того, что первой будет стартовать коричневая лягушка.

13. Артем выбирает букву из русского алфавита, кроме Ъ, Ы и Ь. Найдите вероятность того, что это будет гласная буква.

14. Бабушка посадила белые и красные тюльпаны, причем красных тюльпанов в 49 раз больше, чем белых. Найдите вероятность того, что случайно выбранных тюльпан окажется белым.

15. У буратино в шкафу лежат 4 его шапки и 6 шапок Пьеро. Опаздывая в школу, Буратино берет первую попавшуюся шапку. Найдите вероятность того, что шапка будет не его.

16. В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 3 чёрных, 2 жёлтых, 4 зелёных и Бэтмобиль. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет Бэтмобиль.

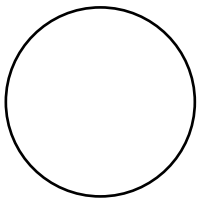
17. К конкурсу караоке Полина должны выучить 20 песен, но она выучила только 14 из них. Найдите вероятность того, что Полине достанется выученная песня.

18. У дедушки 10 перфораторов: 8 синего цвета, остальные зеленого. Дедушка наугад берет один. Найдите вероятность того, что будить соседей дедушка будет зеленым перфоратором.

Задачи на фиксацию.

1. За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки окажутся на соседних местах.

Поскольку девочки должны сидеть рядом, то одну девочку в принудительном порядке сажаем за стол и смотрим, куда может сесть вторая, чтобы оказаться рядом с первой девочкой.



2. В классе 21 учащийся, среди них два друга – Дима и Сережа. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 7 равных групп. Найдите вероятность того, что Дима и Сережа окажутся в одной группе.

3. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 71 спортсмен, среди которых 22 спортсмена из России, в том числе Тимур. Найдите вероятность того, что в первом туре Тимур будет играть с каким-либо спортсменом из России.

Задачи с кубиками и монетами.

1. Одновременно бросают три симметричные монеты. Какова вероятность того, что выпадут 2 решки и орел?

$$\text{Всевозможные исходы} = 2^{\text{количество монет/бросков}}$$

2. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 9 очков. Результат округлите до сотых.

$$\text{Всевозможные исходы} = 6^{\text{количество кубиков/бросков}}$$

Правила математического округления.

Подчеркиваем разряд, до которого нужно округлить. Смотрим на следующее за ним число. Если оно от 0 до 4, то подчеркнутый разряд не трогаем, если от 5 до 9, то подчеркнутый разряд увеличиваем на 1. Числа после разряда либо убираем, если это дробная часть, либо обращаем в нули, если это целая часть.

Например, округлим до десятков число 1283: $12\underline{8}3 \approx 1280$.

Округлим до десятых число 1,273: $3,\underline{2}79 \approx 3,3$.

Округлим до целого число 432,156: $43\underline{2},956 \approx 433$.

Домашнее задание.

1. Округли числа до выделенного разряда и назови этот разряд.

$36789{,}18\mathbf{4}3 \approx$ _____ $367\mathbf{8}9{,}1843 \approx$ _____

$36789{,}1\mathbf{8}43 \approx$ _____ $36\mathbf{7}89{,}1843 \approx$ _____

$36789{,}\mathbf{1}843 \approx$ _____ $3\mathbf{6}789{,}1843 \approx$ _____

$3678\mathbf{9}{,}1843 \approx$ _____ $\mathbf{3}6789{,}1843 \approx$ _____

$63542{,}56\mathbf{4}8 \approx$ _____ $635\mathbf{4}2{,}5648 \approx$ _____

$63542{,}5\mathbf{6}48 \approx$ _____ $63\mathbf{5}42{,}5648 \approx$ _____

$63542{,}\mathbf{5}648 \approx$ _____ $6\mathbf{3}542{,}5648 \approx$ _____

$6354\mathbf{2}{,}5648 \approx$ _____ $\mathbf{6}3542{,}5648 \approx$ _____

2. У бабушки 10 чашек: 7 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что эта чашка будет …

а) … с красными

б) … с синими

3. В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен …

а) … из Норвегии или Швеции

б) … из России или Норвегии

4. В магазине канцтоваров продается 124 ручки: 12 красных, 32 зеленых, 20 фиолетовых, остальные синие или черные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет черной или зеленой.

5. В семье 12 человек. С помощью жребия они выбирают трех человек, которые должны будут вскопать грядки. Какова вероятность того, что дед Антон, входящий в состав семьи, будет вскапывать грядки?

6. В классе 30 учащихся, среди них две подруги – Аня и Оля. На уроке физкультуры класс случайным образом разбивают на 5 равных групп. Найдите вероятность того, что Аня и Оля окажутся в одной группе. Результат округлите с точностью до сотых.

7. На олимпиаде по математике участников рассаживали по трем аудиториям. В первых двух аудиториях посадили по 120 человек, оставшихся проводили в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 500 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

8. На семинар приехали 5 ученых из Норвегии, 6 из России и 9 из Испании. Каждый ученый подготовил один доклад. Порядок докладов определяется случайным образом. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого …

а) … из России

б) … из Испании

9. Фабрика выпускает сумки. В среднем из 120 сумок 6 сумки имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется …

а) … с дефектом

б) … без дефекта

10. В среднем из 75 карманных фонариков приходится шесть неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.

а) … работающий фонарик

б) … неработающий

11. В каждой пятой банке кофе, согласно условиям акции, есть приз. Призы распределены случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Галя не найдет приз в своей банке.

12. На птицеферме есть только куры и гуси, причем кур в 19 раз больше, чем гусей. Найдите вероятность того, что случайно выбранная на этой ферме птица окажется гусем.

13. В фирме такси в данный момент свободно 10 черных, 11 желтых и 9 зеленых машин. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет зеленое такси.

14. Вова выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 50.

15. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 81 спортсмен, среди которых 33 спортсмена из России, в том числе Елена. Найдите вероятность того, что в первом туре Елена не будет играть с каким-либо спортсменом из России.

16. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет меньше четырех. Результат округлите до сотых.

17. Одновременно бросают две симметричные монеты. Какова вероятность того, что выпадут орел и решка?

18. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов: первые два дня – по 10 докладов, остальные будут читаться в третий день. На конференции планируется доклад лаборанта Мышьякова. Порядок докладов определяется случайным образом. Какова вероятность того, что доклад лаборанта Мышьякова окажется запланированным на последний день конференции.

Задача на сложение вероятностей.

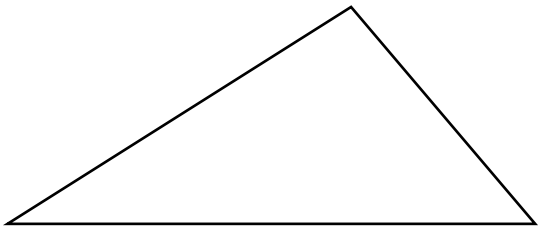
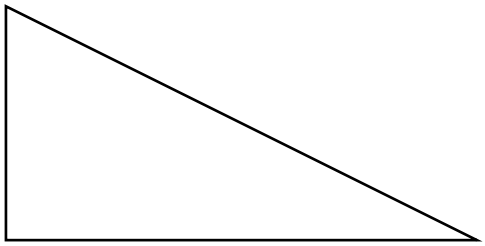
19. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Площадь», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Окружность», равна 0,3. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Задачи на вычитание вероятностей.

20. Вероятность того, что новая шариковая ручка плохо пишет (или не пишет), равна 0,26. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что ручка пишет хорошо.

21. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник окажется меньше 22 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что окажется меньше 9 пассажиров, равна 0,5. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 9 до 21.

22. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Для самостоятельного изучения: сумма углов в треугольнике равна 180 градусам.

Зная это найди:
1) угол треугольника, если другие два равны 15° и 68°;
2) угол прямоугольного треугольника, если один из острых углов равен 33°.