# Сложная геометрическая задача.

## Треугольник.

1. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC.

2. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 16. Найдите стороны треугольника ABC.

3. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B, в отношении 5:3, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если BC=16.

4. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B, в отношении 41:40, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если BC=18.

5. В треугольнике ABC известны длины сторон AB=84, AC=98, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

6. В треугольнике ABC известны длины сторон AB=30, AC=100, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

7. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, AD=9, MD=6, H — точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

8. На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, AD=15, MD=12, H — точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

9. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $cos\angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

10. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 18 и 40 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $cos\angle BAC = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

## Трапеция.

1. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

2. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 1500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

3. В трапеции ABCD боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC. Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E. Найдите расстояние от точки E до прямой CD, если AD=14, BC=12.

4. В трапеции ABCD боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC. Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E. Найдите расстояние от точки E до прямой CD, если AD=8, BC=4.

5. В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 18 и 6, а сумма углов при основании AD равна 90°. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если AB=10.

6. В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 32 и 24, а сумма углов при основании AD равна 90°. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если AB=7.

7. Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

8. Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 24 и 25, а основание BC равно 9. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

9. Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13°, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.

10. Углы при одном из оснований трапеции равны 39° и 51°, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 19 и 3. Найдите основания трапеции.

11. Прямая, параллельная основаниям трапеции ABCD, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF, если AD=35, BC=21, CF:DF=5:2.

12. Прямая, параллельная основаниям трапеции ABCD, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF, если AD=42, BC=14, CF:DF=4:3.

**Параллелограмм.**

1. В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 13, 7 и 5. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

2. В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 13 и 7. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

3. Биссектрисы углов A и B параллелограмма ABCD пересекаются в точке K. Найдите площадь параллелограмма, если BC=19, а расстояние от точки K до стороны AB равно 7.

4. Биссектрисы углов A и B параллелограмма ABCD пересекаются в точке K. Найдите площадь параллелограмма, если BC=19, а расстояние от точки K до стороны AB равно 10.

**Четырехугольник.**

1. Четырёхугольник ABCD со сторонами AB=25 и CD=16 вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K, причём ∠AKB=60°. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

2. Четырёхугольник ABCD со сторонами AB=39 и CD=12 вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K, причём ∠AKB=60°. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

3. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если BC=10, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 112° и 113°.

4. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если BC=19, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 95° и 115°.

**Окружность.**

1. Окружности радиусов 25 и 100 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

2. Окружности радиусов 42 и 84 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.